

EXPORTATION DE RESSOURCES NATURELLES ET ÉVOLUTION INDUSTRIELLE : UNE MODÉLISATION DYNAMIQUE PAR LA THÉORIE DU CONTRÔLE OPTIMAL

Marie-Pierre ARZELIER*

***Résumé** - Cet article analyse les effets d'une variation des exportations de pétrole sur la structure productive d'un pays exportateur dans la lignée des théories du syndrome hollandais. Le modèle dynamique considéré montre que l'évolution de l'économie dépend en grande partie des conditions initiales et du mouvement des ressources de main d'œuvre. Les distorsions sectorielles de la structure productive peuvent aboutir ou non à un processus de désindustrialisation de l'économie.*

***Mots-clés** - RENTE, EXPORTATIONS, RESSOURCES NATURELLES, SYNDROME HOLLANDAIS, CHANGEMENT STRUCTUREL.*

***Classification du JEL** : F43, L71.*

* CEDERS, Faculté des Sciences Économiques, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II.

Article issu d'une communication présentée aux XIV^{èmes} Journées de l'Association Tiers-Monde, colloque "*Europe-Méditerranée : vers quel développement ?*" CRERI, Université de Toulon et du Var, Bandol-Bendor, 27-29 mai 1998.

Nous tenons à remercier le Professeur Philippe Barthélemy de nous avoir fait part de ses remarques lors de la présentation de cet article.

INTRODUCTION

Certains pays ont, à un moment de leur histoire, produit et exporté massivement des ressources naturelles. Or, des revenus d'exportation d'un montant élevé peuvent induire des transformations notables dans l'économie du pays. Si la variation de la production dans le secteur exportateur a pour effet une variation de même sens du PIB (au niveau global une hausse des exportations a un impact positif sur la croissance, notamment à travers les effets multiplicateurs de revenu et de dépense engendrés), au niveau sectoriel des changements interviennent dans l'économie. Or, à long terme, l'évolution contrastée des différents secteurs de production contribue au ralentissement ou à l'accélération de la croissance économique du pays dans son ensemble. Il est souvent admis qu'un accroissement de spécialisation dans l'exploitation de ressources naturelles permet, certes, des recettes d'exportation plus importantes à court terme si le marché est favorable, mais entraîne des problèmes à plus long terme.

La problématique de cet article est centrée sur la relation entre la variation des exportations de ressources naturelles et le changement de la structure productive du pays exportateur selon une causalité univoque allant du premier élément vers le deuxième. Le but est d'analyser les mutations structurelles pouvant survenir à l'occasion de chocs exogènes dans le secteur exportateur d'une petite économie ouverte.

Au niveau théorique, l'analyse la plus utilisée de la description de la dynamique en œuvre dans les pays exportateurs de ressources naturelles est le syndrome hollandais qui, par sa capacité à prendre en compte les transformations du système productif dues à un choc exogène (modification des dotations factorielles du pays, des prix internationaux...), permet de rendre compte du processus de transition entre périodes.

La théorie du syndrome hollandais a donné lieu à différentes générations de modèles. Les hypothèses de base sont cependant toujours la mobilité du facteur travail entre secteurs qui permet l'effet mouvement des ressources (la différence entre offre et demande de travail par secteur entraîne un différentiel de salaire par secteur, et donc un déplacement du facteur travail vers le secteur offrant les salaires les plus élevés). La quantité totale de facteur travail dans l'économie est supposée fixe. Une autre hypothèse est la consommation par les ménages de biens échangeables et non échangeables internationalement. Une hausse de la demande entraîne une hausse des importations de biens échangeables internationalement et une hausse du prix des biens non échangeables internationalement (importations impossibles), d'où un déplacement de la main-d'œuvre vers ce secteur (variation des salaires) et une hausse de sa production au détriment du secteur des biens échangeables internationalement. Ces phénomènes provoquent donc, suite à un choc positif, une augmentation de la production des biens non échangeables internationalement au détriment des secteurs agricoles et manufacturés. Cette théorie montre donc qu'il existe une distorsion de la structure productive suite à un "boom" des ressources.

Ainsi, dans ce type de modèle, les résultats d'un choc initial positif sont toujours une désindustrialisation de l'économie (déplacement sur, puis de la courbe des possibilités de production), jointe à une appréciation réelle. Or, il nous semble nécessaire de montrer que ce type de modèle semble par trop rigide, puisque les expériences de divers pays méditerranéens ou autres montrent l'existence de réactions différenciées lors par exemple des chocs pétroliers ou d'un engagement marqué dans le secteur pétrolier.

Nous avons donc effectué une modélisation dynamique du syndrome hollandais qui permet de montrer, par la théorie du contrôle optimal, les trajectoires suivies par l'économie. Ce modèle révèle deux caractéristiques-clés d'une économie en développement : l'existence d'une "trappe à la pauvreté" et l'importance des situations de départ dans les résultats obtenus. Cette modélisation donne, à partir des hypothèses de syndrome hollandais, une représentation des économies aboutissant à des résultats qui peuvent être variables, ce qui permet d'éviter l'évolution trop mécanique de modèles de syndrome hollandais, et de prendre en compte le niveau de développement initial de l'économie.

Le but est donc d'analyser l'effet de la réallocation des facteurs entre secteurs de production sur le développement d'une économie suite à une augmentation des exportations de ressources naturelles, dans un cadre de recherche de l'insertion du pays à l'économie internationale. Nous nous préoccupons notamment de la part de production susceptible d'être exportée ou de soutenir la concurrence internationale sur le marché domestique. Il s'agit d'une petite économie ouverte dont les prix des biens d'exportation sont déterminés sur le marché mondial (économie dépendante). Les hypothèses de base sont celles des modèles de syndrome hollandais. Ménages et entreprises sont dans un cadre concurrentiel. Nous présentons dans un premier temps le modèle lui-même (1), puis, dans un deuxième temps, la dynamique transitionnelle permettant de trouver l'équilibre (2).

1. LE MODÈLE

Nous présentons dans un premier temps l'économie (1.1.), puis le comportement des ménages (1.2.) et des entreprises (1.3.).

1.1. Présentation de l'économie

L'économie est trisectorielle : elle est composée d'un stock de ressources appartenant au secteur pétrolier (P), au secteur de biens non échangeables internationalement (N)¹ et au secteur de biens échangeables internationalement (M).

Le secteur pétrolier n'utilise pas de facteur travail domestique car le facteur travail n'intervient que peu dans cette production (forte intensité capitalistique, travail qualifié étranger). Le secteur de la ressource naturelle est donc considéré comme une enclave par rapport au reste de l'économie (il n'utilise aucun facteur de production domestique) (hypothèses utilisées, dans un autre cadre, par Campan, Grimaud, 1989 ; Steigum, 1992, notamment). Il existe deux facteurs de production : le travail $L_i(t)$ et le capital physique $K_i(t)$. Chaque secteur M et N utilise un facteur spécifique (le capital) et du travail, mobile intersectoriellement (hypothèses utilisées, dans un autre cadre, par Neary, Van Wijnbergen, 1986, notamment). L'effet mouvement des ressources pour le

¹ Une partie de cette production peut être constituée de services provenant éventuellement du secteur public.

facteur travail peut donc être étudié pour les secteurs M et N. Le facteur travail est en quantité L dans l'économie. Les conditions sur le marché du travail² sont telles que :

$$L = L_M + L_N + L_P$$

avec L_i : la part de travail dans le secteur i ($i = M, N$) avec $L_i > 0$, puisque l'hypothèse est faite que l'économie ne peut cesser de produire les biens M ou N. Les coûts de mobilité entre secteurs ne sont pas pris en compte. La taille du secteur M est inversement liée à la taille du secteur N (puisque la quantité de travail globale est donnée à chaque période : effet mouvement des ressources entre M et N)³.

La production de ressources naturelles n'est pas consommée dans l'économie mais uniquement exportée (elle est dans la réalité plus souvent exportée puis importée sous une forme permettant la consommation domestique). Toute la production du secteur N est consommée sur place. La production du secteur M peut être consommée nationalement ou exportée. Les agents peuvent consommer du bien M importé. Les biens M et N sont considérés comme de parfaits substituts (conformément par exemple au modèle de syndrome hollandais de Campan et Grimaud, 1989).

La richesse (hors humaine) de l'économie est déterminée en fonction de l'optique d'insertion au commerce international, ce qui constitue une originalité par rapport aux modèles habituels, prenant en compte la totalité de la production. Ici, seule

² Dans les modèles de syndrome hollandais traditionnels, l'économie est en plein-emploi. Or il peut paraître nécessaire de prendre en compte l'existence d'un certain chômage. Une possibilité est alors de considérer que les chômeurs sont regroupés dans un "quatrième secteur". Lorsque la demande de facteur travail augmente dans un secteur, ce facteur de production peut provenir des secteurs M et/ou N, et/ou du secteur regroupant les chômeurs. Cette approche permet de rester conforme à la logique du cœur du modèle. Elle permet également de prendre en compte le fait qu'il peut exister une faible substituabilité du facteur travail entre secteurs (rigidité du processus de réallocation du facteur travail) du fait par exemple des problèmes de qualification de la main-d'œuvre (l'effet mouvement des ressources utilise du facteur travail disponible, et non pas forcément du travail déjà utilisé dans les autres secteurs de l'économie). Dans ce cadre, cette équation devient $L = L_C + L_M + L_N + L_P$ avec L_C la quantité de facteur travail disponible. Pour rester conforme à la logique du syndrome hollandais, nous poursuivons la modélisation en considérant une situation de plein-emploi $L_C = 0$, sachant que le raisonnement est similaire. Nous analyserons plus loin les résultats obtenus lorsque l'on prend en compte l'existence d'un montant de facteur travail disponible dans l'économie (chômage).

³ Cette hypothèse est fondamentale. Il existe d'autres modèles ayant utilisé ce type hypothèse, éventuellement sous une forme différente. Nous pouvons citer par exemple le travail de Pflingsten et Wolff (1995) qui ne se présente pas sous la forme d'un modèle de contrôle optimal.

la production en concurrence avec l'extérieur nous intéresse.

La richesse totale de l'économie au temps t prise alors en compte est l'ensemble de la production sauf les productions des secteurs de ressources naturelles et abrité à chaque instant du temps. Le syndrome hollandais dans la littérature théorique se manifeste par une baisse des disponibilités de ressources pour le secteur hors pétrole (M) suite à une hausse de P. Le but est d'analyser les variations de φ (production de bien M) lorsqu'il y a réallocation sectorielle du facteur travail sous les hypothèses spécifiques précédemment citées. Se pose le problème, dans une optique de participation au commerce mondial, de la composition sectorielle de l'économie.

1.2. Comportement des ménages

Les hypothèses de départ sont celles du modèle de Cass (1965) : les ménages peuvent consommer, du fait de la contrepartie de leur travail reçue en terme de salaire. Les firmes maximisent leur profit, les travailleurs domestiques sont donc rémunérés selon $w_i = F'_i$ (w : taux de salaire). A la suite d'un choc de richesses négatif (du fait par exemple de certaines caractéristiques d'un plan d'ajustement structurel entraînant une situation d'austérité), w_i diminue au cours du temps, parallèlement à F'_i . Comme dans le modèle de Ramsey (1928), les consommateurs ont des comportements d'optimisateurs.

La taille de la population croît à un taux n tel que $L(t) = L_0 e^{nt}$ (modèle de Cass).

$U(c)$: fonction indiquant le bien-être ou l'utilité du consommateur, avec c : niveau de consommation par tête.

Selon le modèle de Cass, la fonction à maximiser est l'utilité des individus (utilité de chaque consommateur \times nombre de consommateurs) :

$$\int_0^{\infty} U(c) L(t) e^{-\tau t} = \int_0^{\infty} U(c) L_0 e^{nt} e^{-\tau t} dt = L \int_0^{\infty} U(c) e^{-(\tau-n)t} dt$$

Pour assurer la convergence, à l'instar de Cass, on pose $\tau - n > 0$. Pour

$r = \tau - n$, si on pose $L = 1$ (donc $0 < L_M < 1$), la fonction devient : $\int_0^{\infty} U(C) e^{-rt}$ avec $r > 0$, avec r : taux de rendement réel, identique pour les prêts et emprunts (taux d'intérêt).

De la même façon que dans le modèle de Ramsey repris par Cass (1965) et Koopmans (1965), chaque consommateur prend en compte le bien-être de ses enfants (actuels ou à venir). Tout se passe donc comme si l'horizon temporel des ménages est infini, puisque l'ensemble des générations est pris en compte (cas d'individus altruistes). Ceci justifie donc le fait que le modèle soit réalisé en horizon infini.

Posons $U(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$, fonction d'utilité à élasticité de substitution intertemporelle (σ) constante, σ est le facteur d'actualisation représentant aussi l'aversion pour le risque des consommateurs et le taux de préférence pour le présent ($0 < \sigma < 1$). $\sigma > 0$ signifie que plus le bien est consommé tardivement, plus l'utilité du consommateur est faible : l'altruisme intergénérationnel se teinte ici d'"égoïsme", selon le terme de Barro et Sala-I-Martin (1996) : les individus préfèrent leur consommation à la consommation de leurs descendants, surtout s'ils sont éloignés (l'utilité des générations futures est dépréciée)⁴.

$U(c)$ est croissante en c ($U'(c) > 0$, $U''(c) < 0$ pour tout $c > 0$) et strictement concave. La concavité signifie que les consommateurs préfèrent avoir un profil de consommation "lisse" plutôt que des variations importantes et imprévues de la consommation au cours du temps⁵.

On suppose que U satisfait aux conditions d'Inada :

$$\lim_{c \rightarrow 0} U'(c) = \infty \text{ et } \lim_{c \rightarrow \infty} U'(c) = 0$$

Le problème d'optimisation revient à maximiser U , d'où le problème de contrôle

⁴ On peut noter que dans le modèle de Ramsey (1928) $\sigma = 0$, l'agent est donc un planificateur social.

⁵ "Une grosse fortune ne vaut pas un petit revenu de tous les jours", proverbe chinois.

optimal consistant en :

$$\text{maximiser } \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-rt} dt .$$

1.3. Comportement des entreprises

Les fonctions de production utilisées sont des fonctions de type Cobb-Douglas, qui selon Barro et Sala-I-Martin (1996), constituent "une description raisonnable des économies réelles". Les fonctions de production sont donc de type néoclassique, à rendements d'échelle constants, linéaires et homogènes. Pour $K > 0$, $L > 0$, les productivités marginales de F sont positives et décroissantes par rapport à K et L :

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \frac{\partial^2 \Delta F}{\partial^2 \Delta K} < 0, \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \frac{\partial^2 \Delta F}{\partial^2 \Delta L} < 0.$$

Les conditions d'Inada sont telles que :

$$\begin{aligned} \lim_{K \rightarrow 0} (F_K) &= \lim_{L \rightarrow 0} (F_L) = \infty \\ \lim_{K \rightarrow \infty} (F_K) &= \lim_{L \rightarrow \infty} (F_L) = 0 \end{aligned}$$

Posons :

$\varphi = F_M(K_M, L_M) = \bar{A} L_M^\alpha K_M^{1-\alpha} = \bar{A} (L - L_N - L_P)^\alpha K_M^{1-\alpha}$ ⁶
 $Q_N = F_N(K_N, L_N) = \bar{B} L_N^\beta K_N^{1-\beta}$ sachant que $0 < \alpha < 1$ et $0 < \beta < 1$; $\bar{A} > 0, \bar{B} > 0$ niveau technologique pour la production des biens N et M respectivement. Les entreprises sont, comme les ménages, confrontées à r et w donnés.

2. DYNAMIQUE TRANSITIONNELLE

⁶ Dans le cas où le chômage existe, cette équation devient $\varphi = \bar{A} (L - L_N - L_P - L_C)^\alpha K_M^{1-\alpha}$.

Il est à présent nécessaire de montrer qu'à partir de la mise en place du problème (2.1.) le modèle peut être résolu (2.2.) afin d'obtenir un diagramme de phase (2.3.).

2.1. Mise en place du problème de croissance optimale

La consommation totale C est la somme des différents biens consommés disponibles dans l'économie. Soit C_i la consommation de biens i ($i = P, N, M$).

$$C_P = 0, C_N = Q_N, C_M = \varphi + IMP_M - EXP_M \quad \text{avec :}$$

IMP_M : importations de biens M
 EXP_M : exportations de biens M

Posons $\bar{Z} = IMP_M - EXP_M$.

$$C = C_N + C_M$$

$$C = Q_N + (\varphi + \bar{Z})$$

$$D'où C = \bar{B} L_N^\beta K_N^{1-\beta} + \bar{A} (L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + \bar{Z}.$$

Si la consommation de bien M varie, il y a deux solutions possibles : une variation de \bar{Z} , c'est-à-dire du commerce extérieur de bien M (choc initial faible ou transitoire) ou/et une variation de la structure productive (changement structurel) par une variation de la production de M (choc initial fort ou/et permanent). Si la consommation de N varie, l'ajustement doit se faire par une variation des prix et/ou une variation de la production de N.

La consommation de chaque consommateur est une fraction des quantités de biens disponibles. L'utilité des consommateurs provient de la consommation d'une partie des biens disponibles dans l'économie avec μ, μ', μ'' la fraction consommée des quantités disponibles N et M respectivement ($0 < \mu < 1, 0 < \mu' < 1, 0 < \mu'' < 1$). D'où :

$$c = \mu\varphi + \mu' Q_N + \mu'' \bar{Z}$$

$$c = \mu \bar{A} (L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + \mu' \bar{B} L_N^\beta K_N^{1-\beta} + \mu'' \bar{Z}$$

Posons $\mu \bar{A} = A; \mu' \bar{B} = B; \mu'' \bar{Z} = Z$

d'où $c = A(L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z$.

Nous faisons l'hypothèse qu'il est plus facile pour un pays produisant un bien à grande échelle d'accroître la quantité produite de ce bien (du fait des infrastructures existantes, des travailleurs qualifiés en place pour ce type de travail...) donc $\dot{\varphi}$ est fonction de φ , le stock de ressources disponibles qui ne sont pas utilisées par le secteur pétrolier et le secteur des biens non échangeables ($\dot{\varphi}$ représentant la dérivée de φ par rapport au temps).

Nous nous interrogeons sur les déterminants de l'évolution de φ , en faisant l'hypothèse qu'il existe un processus cumulatif de croissance : l'évolution de φ dépend positivement de sa valeur initiale, et négativement de la production des secteurs P et N à chaque instant du temps (puisque le facteur L est en quantité limitée dans l'économie : une utilisation par un secteur prive les autres secteurs de toute utilisation de ce même facteur).

Sachant que K_p^f , K_p , L_p^f sont respectivement le capital étranger, le capital domestique et le travail étranger nécessaires à la production du secteur P, on peut écrire $\dot{\varphi} = f(\varphi) + r\varphi - \bar{B}L_N^\beta K_N^{1-\beta} - P$ avec $P = P(K_p^f, K_p, L_p^f)$.
 $f(\varphi)$ est croissante : $f'(\varphi) > 0$ et $f''(\varphi) < 0$.

Le problème de croissance optimale revient à

Maximiser $U(c) = \int_0^{+\infty} \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma} e^{-rt} dt$ c'est-à-dire

$$\text{Max } U(c) = \int_0^{+\infty} \frac{[A(L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z]^{-\sigma}}{1-\sigma} e^{-rt} dt$$

sous
$$\dot{\varphi} = f(\varphi) + r\varphi - \bar{B}L_N^\beta K_N^{1-\beta} - P$$

$$\varphi(0) = \varphi_0$$

avec L_N variable de contrôle, φ variable d'état.

La variable de contrôle est un instrument influençant la variable d'état. Le but est de choisir la variable de contrôle L_N optimale qui, associée à une variable d'état φ , optimisera la fonction objectif sur un intervalle de temps donné (ici, $[0, +\infty]$).

2.2. Résolution du modèle

Le Hamiltonien doit être maximisé par rapport à la variable de contrôle pour tout t. Le Hamiltonien (non linéaire en L_N) est :

$$H = \frac{[A(L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z]^\sigma}{1 - \sigma} e^{-rt} + \lambda [f(\varphi) + r\varphi - \bar{B}L_N^\beta K_N^{1-\beta} - P]$$

$$\frac{\partial H}{\partial L_N} = \frac{(1 - \sigma) [-A\alpha(L - L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}] [A(L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z]^\sigma}{(1 - \sigma)} e^{-rt} - \lambda \bar{B}\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta} = 0 \quad (1)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = f(\varphi) + r\varphi - BL_N^\beta K_N^{1-\beta} - P \quad (2)$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} = -\lambda f'(\varphi) - r\lambda = \lambda(-f'(\varphi) - r) \quad (3)$$

D'après (1) :

$$\lambda = \frac{[A\alpha(L - L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}] [A(L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z]^\sigma e^{-rt}}{\bar{B}\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}}$$

D'après (3) :

$$\dot{\lambda} = (V + V' + V'') / \bar{B}\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}$$

$$V = e^{-rt} [A\alpha(\alpha - 1) \dot{L}_N (L - L_N)^{\alpha-2} K_M^{1-\alpha} + B\beta(\beta - 1) \dot{L}_N L_N^{\beta-2} K_N^{1-\beta}] [A(L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z]^\sigma$$

$$V' = V'_1 V'_2$$

$$V'_1 = \left[-\sigma [A\alpha(-\dot{L}_N)(L - L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}] [A(L - L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z]^{-1} \right]$$

$$\begin{aligned}
V'_2 &= \left[-A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1}K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1}K_N^{1-\beta} \right] \\
V'' &= - \left[-A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1}K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1}K_N^{1-\beta} \right] \left[A(L-L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z \right]^{\sigma-1} e^{-rt} (\beta-1) \dot{L}_N L_N^{-1} \text{ Dans (3) :} \\
\mathcal{X} &= \frac{\left[-A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1}K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1}K_N^{1-\beta} \right] \left[A(L-L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z \right]^\sigma e^{-rt}}{\bar{B} \beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}} \left[-f'(\varphi) - r - 1 \right]
\end{aligned}$$

Par ailleurs :

$$\begin{aligned}
\mathcal{X} &= \\
\dot{L}_N e^{-rt} &= \frac{\left[A\alpha(\alpha-1)(L-L_N)^{\alpha-2} K_M^{1-\alpha} + B\beta(\beta-1)L_N^{\beta-2} K_N^{1-\beta} \right] \left[A(L-L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z \right]^\sigma}{\bar{B} \beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}} \\
+ \frac{\dot{L}_N \left[-\sigma \left[-A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta} \right] \left[A(L-L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z \right]^{\sigma-1} \left[A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta} \right] e^{-rt}}{\bar{B} \beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}} \right. \\
+ \left. \frac{\dot{L}_N \left[- \left[-A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta} \right] \left[A(L-L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z \right]^\sigma \left[e^{-rt} (\beta-1) L_N^{-1} \right] \right]}{\bar{B} \beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta}} \right]
\end{aligned}$$

D'où, en simplifiant :

$$\begin{aligned}
\dot{L}_N &= E/E' \text{ avec :} \\
E &= (-f'(\varphi) - r) \left[-A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta} \right] \\
E' &= A\alpha(\alpha-1)(L-L_N)^{\alpha-2} K_M^{1-\alpha} + B\beta(\beta-1)L_N^{\beta-2} K_N^{1-\beta} \\
&+ \left[-\sigma \left[-A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta} \right] \left[A(L-L_N)^\alpha K_M^{1-\alpha} + BL_N^\beta K_N^{1-\beta} + Z \right]^\sigma \right] \\
&+ \left[A\alpha(L-L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} + B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta} \right] (\beta-1) L_N^{-1}
\end{aligned}$$

Étude locale :

Les deux courbes $\dot{\varphi} = 0$ et $\dot{L}_N = 0$ sont définies par deux équations. L'intersection des deux courbes détermine les valeurs de l'état stationnaire de φ et L_N (point E).

$f(\varphi) + r\varphi - \bar{B}L_N^\beta K_N^{1-\beta} - P = 0$ donc $L_N = \left[\frac{f(\varphi) + r\varphi - P}{\bar{B}K_N^{1-\beta}} \right]^{\frac{1}{\beta}}$. Puisque $0 < \beta < 1$, cela signifie que $\frac{1}{\beta} > 1$, donc on obtient une courbe croissante.

Pour $\dot{L}_N^* = 0$, en posant le dénominateur différent de 0, on a :
 $(f'(\varphi) + r) = 0$, ce qui est impossible car $f'(\varphi) > 0$ et $r > 0$ ($f'(\varphi) + r > 0$).

Ou $A\alpha(L - L_N)^{\alpha-1} K_M^{1-\alpha} - B\beta L_N^{\beta-1} K_N^{1-\beta} = 0$, ce qui signifie que L_N est une constante (positive puisque $0 < L_N < 1$), on obtient donc une droite horizontale.

Régionnement :

$\frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial L_N} = B\beta L_N^{1-\beta} K_N^{1-\beta}$ est de signe négatif. Ceci signifie que quand L_N augmente, $\dot{\varphi}$ diminue.

On peut montrer que $\frac{\partial \dot{L}_N}{\partial \varphi} = 0$ car L_N est une constante.

Comme le système est non-linéaire, on se place au voisinage du point (linéarisation du système non-linéaire d'équations différentielles). L'étude locale consiste à étudier la matrice jacobienne au point (φ^*, L_N^*) .

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial \varphi} & \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial L_N} \\ \frac{\partial \dot{L}_N}{\partial \varphi} & \frac{\partial \dot{L}_N}{\partial L_N} \end{pmatrix} \text{ avec } \varphi^* = 0, L_N^* = 0$$

Le seul signe inconnu est $\frac{\partial \dot{L}_N}{\partial L_N}$. Posons : $\frac{\partial \dot{L}_N}{\partial L_N} = \frac{N' \times D - D' \times N}{D^2}$

avec N : numérateur de $\frac{Y}{L_N}$, D : dénominateur de $\frac{Y}{L_N}$ et ' : dérivée de N ou D par rapport à L_N .

Ici, N = 0 ; D < 0. Il reste donc à trouver le signe de N'.

$$N' = (-f'(\varphi) - r) \left[B\beta(\beta - 1)L_N^{\beta-2}K_N^{1-\beta} + A\alpha(\alpha - 1)(L - L_N)^{\alpha-2}K_M^{1-\alpha} \right]$$

comme $(-f'(\varphi) - r) < 0$ $\left[B\beta(\beta - 1)L_N^{\beta-2}K_N^{1-\beta} + A\alpha(\alpha - 1)(L - L_N)^{\alpha-2}K_M^{1-\alpha} \right] < 0$

$$\left[B\beta L_N^{\beta-1}K_N^{1-\beta} + A\alpha(L - L_N)^{\alpha-1}K_M^{1-\alpha} \right] = 0$$

N' > 0 donc $\frac{\partial Y}{\partial L_N} < 0$

Les signes à l'intérieur de la matrice jacobienne sont : $J = \begin{pmatrix} + & - \\ 0 & - \end{pmatrix}$ d'où le déterminant est donc négatif, ce qui montre l'existence d'un point-selle (l'équilibre E est un point-selle). La matrice étant triangulaire, les valeurs propres sont sur la diagonale et sont de signe contraire.

Ainsi, $\det(J - \lambda I) = 0$, le système est indéterminé, les deux équations se ramènent à une seule.

$$\text{Posons } J = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}; J = \begin{pmatrix} a - \lambda & b \\ 0 & c - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi^* \\ L_N^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Posons les valeurs propres telles que $\lambda_1 = a > 0$; $\lambda_2 = c < 0$.

Pour $\lambda_1 = a$ (valeur propre positive), on a $b L_N^* = 0$, comme $b \neq 0$, cela signifie que $L_N^* = 0$. La branche divergente est la droite horizontale.

Pour $\lambda_2 = c$ (valeur propre négative), on a $(a - c)\varphi^* + b L_N^* = 0$ d'où $L_N^* = \frac{(c - a)}{b} \varphi^*$. La branche convergente est une droite de pente positive. La seule possibilité pour l'économie de se diriger vers l'état stationnaire est de se trouver sur

une des branches stables.

2.3. Construction et analyse du diagramme de phase

Le diagramme de phase permet de visualiser la dynamique du système, en traçant les trajectoires que suivent les variables au cours du temps par un système de flèches montrant l'évolution qualitative de l'économie étudiée au cours du temps. Le lieu géométrique de tous les points où $\dot{L}_N = 0$ est appelé le barème $\dot{L}_N = 0$. Ici, la ligne des phases $\dot{L}_N = 0$ est horizontale, $\dot{\phi} = 0$ est une courbe croissante (savoir si cette courbe est concave ou convexe ne change rien à l'analyse).

Au voisinage de l'équilibre (étudié localement), la branche stable est une droite à pente positive quels que soient les paramètres du modèle. La linéarisation du système d'équations dynamiques au voisinage de l'état régulier révélant que le déterminant de la matrice du système linéarisé est négatif permet de voir que l'équilibre est un point-selle, donc qu'il existe un sentier-selle (système localement stable sur ce sentier-selle). Si les conditions initiales sont telles que (φ_0, L_{N0}) n'appartiennent pas à la branche stable alors la trajectoire s'éloigne de l'équilibre. Si le système débute en-dehors de la branche stable, sa dynamique est telle que le système s'éloigne de l'état d'équilibre.

Graphique n° 1 : Diagramme de phase

L'étude du graphique n° 2 nous permet de déterminer six cas possibles :

- si φ faible (pour $\varphi 1$ par exemple), le système évolue vers une situation telle que φ diminue (accroissement des avantages comparatifs en faveur du secteur pétrolier).
- si φ moyen - (pour $\varphi 2$ par exemple), et si $L_N = L_{N1}$, le système converge vers une situation telle que φ augmente (évolution contraire au syndrome hollandais : la richesse hors secteur pétrole augmente).
- si φ moyen - (pour $\varphi 2$ par exemple), et si $L_N > L_{N1}$, le système évolue vers une situation telle que φ diminue (désindustrialisation et accroissement de la logique des avantages comparatifs, caractéristique du syndrome hollandais).
- si φ moyen + (pour $\varphi 3$ par exemple), et si $L_N \leq L_{N2}$, le système converge vers une situation telle que φ augmente.
- si φ moyen + (pour $\varphi 3$ par exemple), et si $L_N \geq L_{N2}$, le système converge vers une situation telle que φ diminue (désindustrialisation et accroissement de la logique des avantages comparatifs, caractéristique du syndrome hollandais).
- si φ élevé (pour $\varphi 4$ par exemple), le système évolue de telle façon que φ augmente.

Les modèles de syndrome hollandais partent de l'hypothèse de base qu'il existe un choc exogène positif entraînant pour l'économie une hausse de la production de pétrole (P). Celle-ci nécessite une hausse des quantités de facteur travail nécessaire à

cette production additionnelle. Il est alors nécessaire, la quantité totale de facteur travail étant fixée (L), que le facteur travail se déplace des secteurs M et/ou N vers le secteur P (effet mouvement des ressources). Il existe donc trois cas possibles :

- L_N diminue, donc Q_N diminue (cas n° 1) ;
- L_M diminue, donc φ diminue (cas n° 2) ;
- L_N et L_M diminuent, donc Q_N et φ diminuent (cas n° 3).

Il existe (voir graphique n° 2) quatre quadrants délimités par la droite $\dot{L}_N = 0$ et la droite oblique passant par E. Le cas n° 1 correspond aux quadrants 1 (les productions de biens non échangeables internationalement et de biens échangeables internationalement hors pétrole diminuent) ou 2 (la production de biens non échangeables internationalement chute, alors que la production de biens échangeables internationalement hors pétrole augmente, ce qui est l'inverse du syndrome hollandais traditionnel) ; le cas n° 2 correspond aux quadrants 1 ou 3 (la production de biens non échangeables internationalement augmente, alors que la production de biens échangeables internationalement hors pétrole diminue, ce qui est une des conclusions habituelles des modèles de syndrome hollandais) ; le cas n° 3 correspond au quadrant 1.

Il n'y a donc pas d'influence simple de L_N sur la croissance : il existe des seuils pour lesquels il y a ou non croissance diversifiée. Cela dépend des

Graphique n° 2 : Étude de différents cas

conditions initiales, sachant qu'aux deux extrêmes (pays très pauvres et très riches) la richesse appelle la richesse (par exemple, un faible niveau de richesse entraîne un niveau de richesse encore plus faible quelles que soient les variations des valeurs de L_N) et que pour des pays à niveaux intermédiaires, le processus de développement est multiforme (suivant les valeurs de L_N , l'économie se dirige vers plus ou moins de richesse). On peut noter que lorsque φ augmente, il y a de moins en moins de cas où les valeurs de L_N entraînent une baisse de φ ⁷.

Selon la théorie du syndrome hollandais, si P augmente, L_N augmente également. Or, une hausse de L_N ne veut pas forcément dire un appauvrissement de l'économie puisque par exemple les flèches du cadran sud-est montrent la possibilité d'une hausse de φ quand L_N augmente. Encore faut-il que l'économie se trouve dans cette région, qui correspond à des niveaux de richesse élevés. Ainsi, le graphique n° 2 permet de mettre en lumière le fait que, contrairement aux modélisations habituelles du

⁷ Dans le cas où il existe des travailleurs disponibles dans l'économie (chômage), la représentation graphique obtenue est de même nature. L'effet mouvement des ressources peut cependant être atténué, puisque par exemple la désindustrialisation peut être moins importante ou n'apparaître que de manière relative, le déplacement du facteur travail provenant en partie de la main d'œuvre non employée, et non entièrement des autres secteurs. Introduire l'hypothèse de l'existence du chômage en tant que secteur réservoir de main d'œuvre a donc un effet d'atténuation des résultats obtenus en situation de plein-emploi.

syndrome hollandais souvent très "déterministes", on a représenté les différentes possibilités de croissance selon les caractéristiques de base propres aux différents pays. En effet, l'expérience des pays exportateurs de pétrole montre parfois la possibilité de croissance non appauvrissante lors d'une expansion de la production de pétrole. Cette possibilité s'effectue cependant sous condition : celle d'un niveau de richesse relativement élevé⁸.

CONCLUSION

Le modèle de contrôle optimal proposé illustre la situation de syndrome hollandais décrite dans la littérature. Cependant, contrairement aux modèles standard, ce modèle prend en compte l'idée que la dynamique des pays exportateurs de ressources naturelles dépend en partie des conditions initiales. Il convient toutefois d'ajouter que, même si dans certains cas une hausse de la production de la ressource naturelle entraîne une augmentation de la richesse globale, la nature de cette évolution est un élément important à considérer : le type de croissance peut en effet ne pas entrer dans une logique spécifique de recherche de diversification et d'insertion au commerce international. Ainsi, ne se pose pas uniquement le problème du montant de la richesse de l'économie, mais également celui de la nature de cette richesse.

⁸ Sur une comparaison entre l'Indonésie et le Nigeria, voir par exemple Ajoku (1992) et Pangestu (1994).

RÉFÉRENCES

- Ajoku K.I., 1992, *Tradables and Nontradables, Oil Boom and the Dutch Disease: a Comparative Study of Nigeria and Indonesia*, Ph. Dissertation, Howard University.
- Barro R. et Sala-I-Martin X., 1996, *Croissance économique*, Edisciences internationales, Paris.
- Campan E. et Grimaud A., 1989, "Le syndrome hollandais", *Revue d'économie politique*, n° 6, p. 810-834, Novembre-Décembre.
- Cass D., 1965, "Optimal Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation", *Review of Economic Studies*, n° 32, p. 233-240, July.
- Koopmans T.C., 1965, "On the Concept of Optimal Economic Growth", *The Econometric Approach to Development Planning*, Amsterdam, North-Holland.
- Neary J.P. and Van Wijnbergen S., 1986, "Natural Resources and the Macroeconomy: a Theoretical Framework", *Natural Resources and the Macroeconomy*, Oxford, p. 13-45.
- Pangestu M., 1994, "Indonesia: from Dutch Disease to Manufactured Exports", in *Manufactured Exports of East Asian Industrializing Economies: Possible Regional Cooperation*, Sharpe Edition, New York and London.
- Pfingsten A. and Wolff R., 1995, "Ressources Booms in Competitive Equilibria with Decreasing Returns to Scale", *Journal of Economics*, Vol. 61, n° 2, p. 185-200.
- Ramsey F., 1928, "A Mathematical Theory of Saving", *Economic Journal*, n° 38, p. 543-559, December.
- Steigum E., 1992, "Wealth, Structural Adjustment and Optimal Recovery from the Dutch Disease", *The Journal of International Trade and Economic Development*,

1/1, p. 27-40, June.

**EXPORTS OF NATURAL RESOURCES
AND INDUSTRIAL EVOLUTION:
DYNAMIC MODELLING BY OPTIMAL CONTROL THEORY**

Abstract - This article analyzes the effects of a variation in petrol exports on the productive structure of an exporting country in the lineage of the theories of the Dutch syndrome. The dynamic model evaluated here, demonstrates that the economic evolution depends largely on the initial conditions and the movement of resources of the work force. The sectorial distortions of the productive structure may or may not lead to the economic de-industrialization process.

**EXPORTACIÓN DE RECURSOS NATURALES
Y EVOLUCIÓN INDUSTRIAL : UNA MODELIZACIÓN DINÁMICA
POR LA TEORÍA DEL CONTROL OPTIMAL**

Resumen - Este artículo analiza los efectos de una variación de las exportaciones de petróleo en la estructura productiva de un país exportador en el linaje de las teorías del síndrome holandés. El modelo dinámico considerado muestra que la evolución de la economía depende en gran parte de las condiciones iniciales y del movimiento de los recursos de mano de obra. Las distorsiones sectoriales de la estructura productiva pueden llegar o no a un proceso de desindustrialización de la economía.