UNE THÉORIE GÉOGRAPHIQUE POUR LA LOI DE ZIPF

Denise PUMAIN*

Résumé - *Les très nombreux travaux consacrés à l'application aux villes de la loi « rang-taille » de Zipf ne donnent pas un bilan très satisfaisant en termes de cumulativité des connaissances. Sont en partie responsables les erreurs, oublis ou méconnaissance des recherches conduites dans les différentes disciplines, ou la trop grande généralité des modèles physiques ou mathématiques, mais surtout la trop faible attention accordée à la qualité des informations sur la taille et la croissance des villes. Nous rappelons les éléments d'une théorie géographique appuyée sur l'analyse comparative de grandes bases de données empiriques dans l'évolution des systèmes de villes dans différentes parties du monde, incluant l'interaction spatiale et les grands cycles d'innovations. Nous proposons une méthode d'analyse et de comparaison des trajectoires de développement des villes qui illustre la pertinence de cette approche.*

Mots clés : SYSTÈME DE VILLES, LOI DE ZIPF, CROISSANCE URBAINE, MODÈLE DE GIBRAT, TRAJECTOIRES URBAINES.

Classification JEL : B29, C23, C38, C80, 018, 033, R12, Y80

* UMR Géographie-cités ; pumain@parisgeo.cnrs.fr

1. INTRODUCTION

La loi de Zipf est importante pour la géographie, parce qu'elle apparaît comme un descripteur universel et un outil de comparaison commode des inégalités de taille entre des entités géographiques, par exemple des villes ou des territoires. Les inégalités de dimension observées entre des lieux sont souvent extrêmement fortes, avec des variables parcourant plusieurs ordres de grandeur, comme dans le cas de la population des agglomérations de peuplement, ou des superficies et des produits intérieurs bruts des Etats du monde. L'importance de cette loi tient aussi à ce qu'elle décrit une forme de différenciation très fréquente dans les systèmes complexes, que l'on retrouve dans un très grand nombre de systèmes, physiques comme les galaxies, biologiques comme les espèces vivantes, ou sociaux comme les langues (Zipf, 1941 ; Winiwarter, 1985 ; Batty, 2010).

La question n'est pas tant d'imaginer une explication unique, de ou par cette loi, qui rendrait compte de tous ces exemples, mais de comprendre quels types de processus contribuent à engendrer cette forme de distribution, à partir de dynamiques similaires, mais qui mettent en jeu des rapports entre des forces et des formes d'évolution de nature très différente. Il devient alors possible de partager des formalismes communs entre disciplines, tout en fondant sur des principes spécifiques l'analyse des processus générateurs. Cette démarche a l'avantage de faire bénéficier les sciences sociales des concepts et des instruments mis au point pour l'étude d'autres types de systèmes complexes, sans pour autant céder à la facilité d'une quelconque « soumission à la loi », ni au fatalisme « naturalisant » d'une explication unificatrice et réductrice.

Cet article est d'abord une critique des conditions d'application de la loi de Zipf pour l'analyse des villes, en géographie et en économie surtout. D'innombrables incompréhensions, omissions ou erreurs d'interprétation persistent, qui sont autant d'obstacles à une construction collective des connaissances, nécessairement appuyée sur des approches interdisciplinaires intégrées. Nous proposons ensuite quelques éléments d'une théorie géographique évolutive, déduite de la comparaison d'un grand nombre de systèmes urbains et englobant la loi de Zipf dans ses applications aux villes. Cette théorie regroupe des faits stylisés incluant une forme de *dynamique* partagée avec d'autres systèmes complexes, une forme d'*évolution générale* propre au processus d'urbanisation et des *histoires locales* spécifiant certains paramètres de la loi de Zipf ou des écarts à ce modèle (Pumain, 2010). Nous présentons une méthode d'analyse et de comparaison des trajectoires urbaines issue de cette théorie.

2. LES PARADOXES D'UNE EXPLICATION

Comment une distribution statistique « aléatoire », pouvant être engendrée par un processus mathématique, mais qui décrit des phénomènes d'une incroyable variété dans des domaines de connaissance extrêmement divers, peut-elle servir de point de départ à la recherche d'explications, et contribuer à l'interprétation dans un domaine donné ? Ce paradoxe, qui conduit à proposer des explications particulières pour une forme commune, ne résiste pas lorsque l'on considère la loi comme une description d'un état du système observé à macro-échelle, alors qu'une explication utile pour une construction théorique disciplinaire doit pouvoir relier cette forme macroscopique à des processus qui font sens à toutes les échelles, dont l'échelle individuelle des éléments du système.

La loi de Zipf est en effet un résumé d'échelle « macroscopique » décrivant dans un domaine de la connaissance donné des inégalités de poids, de taille, d'importance, de masse…entre des éléments, qu'on a donc catégorisés préalablement comme des entités comparables, appartenant toutes à un système donné. La forme de distribution qu'elle décrit est le résultat de processus qui concourent à engendrer des inégalités entre ces entités. Des classes de processus (naissance et mort, migrations, fragmentations…) sont de bons candidats à l'explication (Roehner, Wiese, 1982), mais on peut en imaginer des quantités d'autres. Dès 1973, Robson mentionnait la possibilité que, dans ses applications aux villes, la loi de Zipf soit un modèle « sur-identifié ». Pour produire une bonne explication il ne suffit pas d'imaginer un processus qui ne reproduise que le résultat final de la forme de la distribution au niveau macro-géographique, encore faut-il que les modalités de cette morphogénèse aient aussi été testées et validées à d'autres niveaux, empiriquement et théoriquement. En géographie, l'explication sera donc à rechercher parmi des processus qui engendrent, à micro ou méso échelle, de fortes inégalités territoriales ou spatiales, en termes de dimension (superficie des îles), de valeurs de concentration, d'accumulation de population ou de richesse (cas des villes), ou d'autres.

Le sens commun semble admettre bien plus facilement des inégalités lorsqu'elles se distribuent de manière symétrique autour d'une valeur centrale. Il est en effet rare que l'on recherche une explication sophistiquée au sujet d'un processus aboutissant par exemple à une distribution normale. On se contente généralement de l'« explication » statistique, selon laquelle cette « loi » représente une tendance assortie de variations « aléatoires », c'est-à-dire produites par des facteurs concourant à la formation de la valeur mais non spécifiés dans la description, ou non mesurables, ou correspondant à des erreurs... C'est que, dans une distribution « normale » ou gaussienne, les variations aléatoires ont des effets additifs. Pour produire une distribution lognormale, très dissymétrique, qui décrit des inégalités selon une forme et des amplitudes analogues à celles que traduit la loi de Zipf, il suffit d'imaginer un processus gouverné de la même façon par une tendance, mais dont cette fois les effets sont multiplicatifs : c'est ce que le statisticien Gibrat (1931) appelle « la loi de l'effet proportionnel ». Appliquée aux systèmes de peuplement, cette distribution exprime avant tout une tendance au regroupement, à la concentration spatiale, assortie de fluctuations aléatoires (Pumain, 1982). Cependant, alors que personne n'éprouve le besoin de construire une théorie afin d'expliquer pourquoi une distribution est gaussienne, « normale » – on se contente généralement d'invoquer la « loi des grands nombres » –, les inégalités révélées par la loi de Zipf ou les distributions lognormales soulèvent davantage d'interrogations. Peut-on se réjouir de cette intéressante remarque anthropologique, qui semble opposer à l'implacable raison du plus fort ou à l'appel cumulatif de la richesse, si souvent constatés, un réflexe sociétal égalitaire, une mise en examen des processus qui conduisent à cette forme de répartition ?

C'est peut-être là où il faut s'interroger sur la portée épistémologique de la loi de Zipf. A son propos, on passe souvent, et parfois très insensiblement chez un même auteur, de la simple description à la norme, du besoin d'explication à celui d'une justification. A côté des invocations, à l'époque sans démonstration, d'un état « d'équilibre » (pour Zipf (1941) entre des forces de concentration et de dispersion), vite considéré par beaucoup comme souhaitable, on trouve encore cette dérive dans la littérature récente (par exemple, et en dépit d'observations empiriques prouvant le contraire (Nitsch, 2005 ; Portnov, 2011), un géographe expert comme Berry (2012) reste convaincu que la « vraie » loi de Zipf décrivant les systèmes urbains doit avoir un exposant égal à 1, que les Etats-Unis en sont un excellent exemple, et que les autres systèmes de villes doivent tous converger avec le temps vers cette valeur. Berry fait ainsi des Etats-Unis le territoire où le système des villes est « mature », aboutissement nécessaire, donc modèle anticipateur de l'état de tous les autres de par le monde, au mépris de la géodiversité – il me pardonnera sans doute ce joli soupçon de projection impérialiste, sans doute inconsciente.

Personnellement, j'utilise la loi de Zipf pour des descriptions empiriques comme une référence, un point de comparaison auquel confronter les séries d'observations qui nous permettent de mieux comprendre la géodiversité des systèmes de peuplement. En revanche, lorsque l'on construit une théorie de l'évolution des systèmes de villes, il faut nécessairement qu'elle englobe la loi de Zipf, mais aussi qu'elle spécifie comment elle est produite dans le cas des villes, par quels types de processus de croissance et d'accumulation, comprenant à la fois des accroissements sur place et des migrations, il faut donc faire appel nécessairement aux théories géographiques de l'interaction, de la différenciation et de la diffusion spatiales.

3. DIFFICULTÉS D'APPLICATION ET MALENTENDUS FRÉQUENTS

En dépit de très nombreux articles consacrés à la loi de Zipf, qu'elle soit appliquée aux villes (Nitsch, 2005) ou aux entreprises (Duranton, 2006), les connaissances tirées de ces applications sont peu cumulables, pour toutes sortes de raisons : mauvaise compréhension de ce que représente la loi, difficultés de lecture et d'interprétation de ses représentations graphiques, mais surtout négligence des publications effectuées dans d'autres disciplines, et plus encore manque de soin dans la production des données d'observation.

Back to (too) basic ?

Pour des spécialistes de sciences humaines et sociales, le formalisme des lois de distribution statistique peut être un obstacle à la compréhension, qui engendre parfois des malentendus ou des erreurs. Les formulations et les représentations graphiques, équivalentes mais différentes dans leur expression mathématique ou visuelle, prêtent à confusion et entraînent également des malentendus d'interprétation. La critique au modèle de Zipf considère qu'il ne révèle qu'une tautologie, dans la mesure où, lors de son ajustement à des données empiriques, on est amené à estimer une relation statistique entre deux « variables » qui seraient corrélées par construction, la population d'une part et le rang des villes d'autre part – alors que bien évidemment le rang est déterminé par la population. La forme choisie par Zipf pour présenter sa loi est en partie responsable de cette confusion : en écrivant

$$P_i = \mathrm{K} / R_i^{\ \alpha}$$

où P_i est la population de la ville *i* classée au rang R_i selon un ordre décroissant de taille, K et α des constantes, le modèle est souvent ajusté sous forme log-linéaire :

$$\log P_i = \log \mathrm{K} - \alpha \log R_i$$

L'ajustement permet d'estimer la valeur des paramètres K et α, K étant une valeur proche de la population de la plus grande ville, et α un paramètre (la pente de la droite d'ajustement) qui mesure le degré d'inégalité de la taille des villes dans le système considéré : plus la valeur de α est grande, plus les inégalités entre les tailles des villes sont fortes. En fait, si l'on se souvient que le rang de la ville i est aussi le nombre de villes dont la population est supérieure ou égale à P_i, on voit bien que l'ajustement ne matérialise pas la « relation » entre ces deux « variables », mais permet d'estimer ces paramètres et mesurer la qualité de la représentation des données observées par cette forme de distribution statistique. Celle-ci décrit comment varie une fréquence, c'est-à-dire le nombre des observations qui tombent dans une certaine plage de valeurs. Pour compliquer encore le jeu, il s'agit ici d'une fréquence cumulée, soit le nombre des observations qui ont une valeur plus grande qu'une certaine taille. L'économiste statisticien Pareto avait déjà utilisé cette forme d'écriture, notamment à propos des distributions de revenus, mais en respectant l'ordre classique des équations décrivant la fréquence cumulée en fonction de la valeur. Ainsi, le modèle de Pareto s'écrit :

$$F(x) = \mathrm{A} / x^{\mathrm{q}}$$

où $F(x)$ représente le nombre des personnes ayant un revenu supérieur ou égal à à x, A et q étant des constantes.

Cette forme est parfois utilisée, pour caractériser des distributions de tailles de villes ou d'entreprises, avec la difficulté, pour des lecteurs peu informés ou trop rapides, que les valeurs obtenues pour l'exposant q sont à interpréter *à l'inverse* de celles de l'exposant α de la loi de Zipf : plus la valeur de q est grande, moins les inégalités de la distribution sont fortes. Les physiciens qui entrent dans le champ des études urbaines indiquent appliquer la loi de Zipf, mais en produisant des coefficients qui ne sont pas directement dérivés de son équation. Par exemple, Basu et Bandyapadhyay (2009) trouvent des exposants de 2.15 ± 0.01 pour 1981, 2.11 ± 0.01 pour 1991 et 2.05 ± 0.02 en 2001 pour les villes indiennes, ce qui montre une tendance à l'accroissement des inégalités hiérarchiques au cours de la période (Swerts, 2012).

En construisant des courbes cumulatives, les physiciens prennent aussi des représentations graphiques inversées par rapport à celle de Zipf. Contrairement aux statisticiens qui l'avaient précédé dans cette investigation (Pumain, 1982 et 2004), mais qui étaient à la recherche d'une mesure de la concentration et n'utilisaient les courbes qu'accessoirement, Zipf a repris l'idée d'abord explorée par Lotka (1924) d'une représentation bi-logarithmique de ses graphiques « rang-taille ». Il propose des analyses qualitatives de la forme des courbes, qu'il met en relation avec les vicissitudes politiques de la construction des Etats, ouvrant ainsi le modèle à une plus large interprétation (Zipf, 1941 et 1949) : ses courbes ont le mérite de bien identifier les éléments remarquables à la partie supérieure de la distribution, en permettant de discuter par exemple les théories de Jefferson (1939) sur les villes primatiales.

On peut regretter pourtant que sa représentation graphique, certes commode, s'éloigne des formes canoniques de présentation des distributions statistiques, puisque la population est en ordonnée et le rang (fréquence cumulée) en abscisse, ce qui a aussi pu donner lieu par la suite à des incompréhensions de la part de certains de ses utilisateurs. En outre, depuis que les physiciens s'intéressent à ces formes de distributions, toutes sortes d'autres représentations viennent encore troubler le lecteur passionné de ce modèle. Comme la pente de la droite d'ajustement α selon la représentation de Zipf, est égale à $1/q$, q étant la pente de la droite ajustée par les modèles issus des sciences physiques, des théories de la complexité ou des grands réseaux, fortes et faibles valeurs de la pente prennent alors des significations opposées et ne facilitent pas la cumulativité des résultats, si l'on n'y prend garde.

Des raffinements scholastiques ?

A l'autre extrême de l'expertise en formalismes, certains auteurs sont tentés d'introduire des instruments mathématiques ou statistiques bien plus savants pour tirer un meilleur parti de la très grande généralité des domaines d'application de la loi de Zipf. Le raisonnement porte d'abord sur le choix d'un modèle de distribution. Plusieurs auteurs font l'hypothèse que ce choix est important, parce qu'il déterminerait la classe des processus générateurs parmi lesquels il convient de chercher l'explication de cette généralisation. Cette hypothèse a une cohérence théorique, mais se heurte en pratique bien souvent à une illusion quant à la qualité des données ayant permis l'ajustement.

Dès 1964, Quandt avait établi un inventaire des lois candidates à la description des distributions très dissymétriques, en indiquant qu'il était sans doute illusoire de chercher le « meilleur modèle » à partir d'un ajustement à des données empiriques. Barbut (2006) a d'ailleurs montré la parenté entre toute une famille de distributions aléatoires, de la loi normale à la lognormale en passant par les lois de Levy et les parétiennes, et en démontrant qu'il est possible de passer facilement de l'une à l'autre en modifiant très légèrement les valeurs des paramètres de leurs processus générateurs.

Au contraire, d'autres scientifiques entendent raffiner « l'explication » de la généralité de la loi de Zipf en la déduisant de processus de fragmentation (un processus qui peut être observé dans la vie des étoiles ou des galaxies), de modèles statistiques comme la formation aléatoire de groupes (Baek et al., 2011), ou inspirés de la théorie de l'information algorithmique (Corominas et Solé, 2010) ou encore de constructions fractales en cascades (Chen et Hu, 2010). Mais aucun de ces processus capables d'engendrer la fameuse distribution ne ressemble de près ou de loin à ceux qui seraient à formaliser pour décrire la croissance des villes.

Certes, le diable est réputé nicher dans les détails, mais on peut penser aussi que les discussions de maints économètres sur les soucis de queue, longue ou épaisse, de convexité ou concavité des distributions, sont parfois bien oiseuses. On peut se refuser à discuter longuement des amendements à la loi, dont on devine qu'ils peuvent se prolonger indéfiniment sans conclusion, sur les méthodes d'analyse – transversale ou longitudinale (« données de panel » pour les économistes) – et sur les tests qu'il convient d'appliquer, paramétriques ou non, comme si quelque chose de décisif pour l'explication en sciences humaines et sociales pouvait émerger de ces raffinements statistiques. Cela, j'insiste, alors que les auteurs les plus prolixes en la matière ne prennent souvent pas même la peine d'indiquer quelle définition ils ont adoptée pour mesurer l'importance d'une « ville », et ne se soucient ni de l'effet du nombre des villes de l'échantillon, ni de la période étudiée sur les résultats du test, comme si n'importe quelles données ramassées n'importe où faisaient l'affaire pour justifier leur investissement méthodologique.

Or, quiconque a travaillé avec des bases de données sur les villes en connaît les approximations et les incertitudes, sait à quel point la qualité des ajustements en dépend, et connaît les effets dévastateurs d'une sélection d'un nombre de villes, ou d'un seuil de taille minimale, sur la qualité d'ajustement de tel ou tel modèle, et sur les estimations de la valeur de la pente de la droite, du coefficient (Guerin-Pace, 1995 ; Bretagnolle, 2011). On peut donc hésiter à produire encore cet effort d'amélioration de la méthode d'ajustement, qui a déjà coûté de trop nombreuses heures de lectures infructueuses, tant que les bases de données sur lesquelles s'appuient les estimations n'auront pas été davantage harmonisées et contrôlées. Je suis prête à participer aux tentatives de raffinement du modèle, quand la preuve aura été apportée que les gains de précision liés aux méthodes d'estimation sont supérieurs à la marge d'erreur contenue dans les données utilisées.

Des cloisons disciplinaires

Les communautés qui s'intéressent le plus aux applications de la loi de Zipf sont sans aucun doute celle des géographes et celle des économistes. En dépit de cet intérêt commun, tout se passe comme si chacune raisonnait dans son monde, sans trop regarder ce qu'avaient produit les autres. Sans entretenir de vieilles querelles ou rancoeurs, notons par exemple que dans une remarquable et bienvenue « revue » des travaux ayant apporté des résultats, qui se veut exhaustive, Nitsch (2005) a oublié quelques géographes ayant beaucoup travaillé la question. Que Pumain (1982) lui ait échappé tient peut-être à la langue de publication, mais l'ouvrage pionnier de Robson (1973) non cité est pourtant bien rédigé en anglais !

L'ignorance, la négligence ou l'oubli de références ne sont d'ailleurs pas restreintes aux niches disciplinaires. Berry (2012) refait très injustement l'histoire en attribuant à Gabaix (1999) le soin d'avoir déduit la forme de la hiérarchie urbaine d'un processus de croissance à la Gibrat, alors que Robson (1973) l'avait démontré théoriquement et testé empiriquement plus de 25 ans auparavant, puis en attribuant à Axtell et Florida (2001) le premier modèle multi-agents qui engendre une distribution de Zipf pour la taille des villes, alors que des géographes peuvent revendiquer cette innovation cinq ans plus tôt (Bura et al., 1996). Inversement, il est plus que probable que des géographes soient passés à côté de travaux majeurs d'économistes distingués !

Il reste tout aussi paradoxal que, alors que le processus de croissance suggéré par Gibrat est conçu pour converger vers loi lognormale au bout d'une très longue durée (processus asymptotique), ce processus ait été testé empiriquement et sans sourciller sur des durées souvent beaucoup trop courtes, quarante ans, quand ce n'est pas 10 ans ! (par exemple Eeckhout, 2004 ; Rozenfeld et al., 2008).

Tableau 1. Résultats contradictoires des tests empiriques du modèle de Gibrat appliqué à la croissance des villes

Case Studies	Country/date (Number of period) /Number of Cities	Method	Gibrat's hypothesis (accepted/rejected)
Dobkins and Ioannides (2000, 2004)	USA / 1900-1990 (10) / 200 SMAs	Non parametric test	Accepted
Black and Henderson (2003)	USA 150 SMAs	Panel unit root tests	Rejected
Sharma (2003)	India / 1901-1991 (10) / 100	IPF test	Accepted
Resende (2004)	Brazil / 1980-2000 (3) / 500	IPS test	Accepted
Bosker et al. (2008)	West Germany / 1925-1999 (8) / 62	Panel unit root tests / Non parametric tests	Rejected
Pumain (1982), Guerin-Pace (1992)	France / 1836-1999 / (27)/630-1000	Linear correlation test	Rejected : Positive relationships growth/size, temporal autocorrelation
Rozenfeld et al. (2008)	Settlement clusters in US, UK and Africa /2007 (1)>/20 000		Rejected
Garmestani et al. (2008)	South Eastern US region / 1860-1990 (12)/50-310	Size Distribution tests	Rejected : Negative relationship growth/size

Source: Repris de Favaro et Pumain (2011) et complété.

Les tests empiriques, tant pour l'ajustement de la loi de Zipf que pour son explication statistique par un modèle du type Gibrat, ont d'ailleurs produit des résultats très largement contradictoires, dans la mesure où la plupart des auteurs n'ont guère veillé à la qualité des données ni remis dans leur contexte géographique et historique les lieux et les périodes qu'ils ont analysés (Schaffar et Dimou, 2012). Le tableau 1, extrait d'un article récent (Favaro, Pumain, 2011), illustre ces contradictions qui nous ont conduits à proposer une explication théorique plus englobante, en géographie, et un modèle adapté de celui de Gibrat pour rendre compte des observations relatives à la loi de Zipf et aux modalités de la croissance urbaine dans les systèmes de villesvilles.

4. UNE THÉORIE GÉOGRAPHIQUE POUR LES SYSTÈMES DES VILLES

Nous voulons prendre en compte dans une théorie géographique les trois observations suivantes :

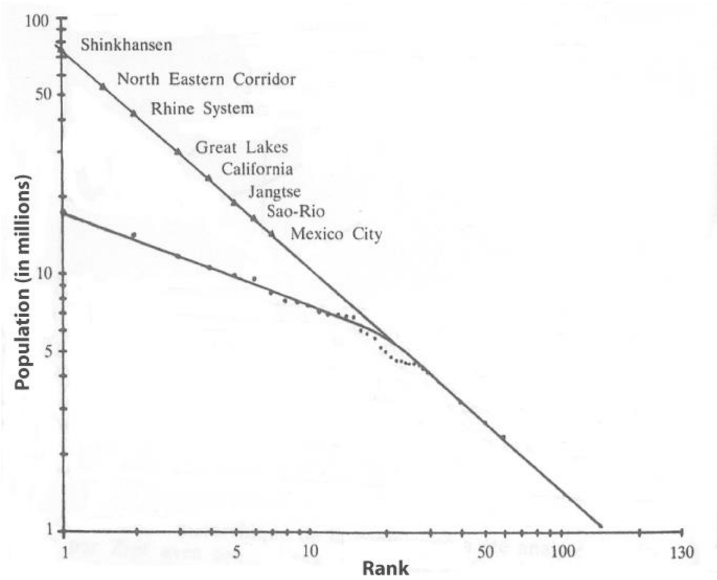
1- De façon générale générale, que l'échelle d'observation soit nationale, régionale ou mondiale (Figure 1), la distribution des tailles de villes est proche d'une loi de Zipf, mais présente des « anomalies » fréquentes par rapport à ce modèle : les plus grandes villes du système sont en effet plus grandes que ce que l'on attendrait par comparaison avec le reste de la distribution (Moriconi-Ebrard, 1993), ce qui n'est pas le cas pour le système des villes mondiales, peut-être parce qu'il est incomplètement intégré ;

2- le modèle de Gibrat rend assez bien compte du processus de croissance urbaine, mais on relève bien souvent une très légère tendance à une élévation des taux de croissance avec la taille des villes, et parfois des périodes d'autocorrélation temporelle de ces taux de croissance (Pumain, Moriconi-Ebrard, 1997 ; Paulus, 2004) ;

3- depuis au moins deux siècles, la croissance des villes est étroitement liée à l'innovation et à des processus de développement économique, ce qui implique qu'une théorie urbaine doit inclure cette « explication » dans son raisonnement.

La théorie évolutive des villes (Pumain, 1997) considère que les villes ne sont jamais isolées, mais se développent en relation avec de multiples réseaux, qui les ont progressivement rendues mutuellement interdépendantes. C'est en raison de la force de ces interdépendances que j'ai proposé l'expression de « système de villes » (Pumain, 1992). Dans la longue durée de l'histoire des sociétés humaines, les systèmes de villes sont une invention extrêmement durable, un instrument adaptatif de gestion des ressources et de contrôle des territoires et des réseaux. Cette fonction d'adaptateur pour le changement social est multiple, elle agit à différentes échelles, dans l'espace et dans le temps. Il ne s'agit pas tellement d'une « institution », d'une organisation aux objectifs clairement définis, qui résulterait d'une convention sociale conçue à cette fin, même si le rôle « civilisateur » des ensembles de villes a été souvent bien aperçu par des pouvoirs politiques ou religieux, qu'ils aient été fondateurs de réseaux de villes, colonisateurs ou aménageurs (voir par exemple les planifications d'une hiérarchie de centres administratifs dans la Chine ancienne (Deluz, 1989 ; Reynaud, 2000 ; Skinner, 1977), ou les chapelets de comptoirs commerciaux établis sur les rives de la Méditerranée, depuis les Phéniciens jusqu'à Venise, ou encore les systèmes de villes fortes construites aux limites des royaumes, par exemple par Vauban). La fonction d'adaptateur social est cependant surtout une propriété émergente, qui résulte de processus auto-organisés constitués d'interactions entre de multiples acteurs, dans et entre les villes. Ces processus activent ensemble tous les domaines de la vie sociale, même si les interprétations les plus fréquentes insistent sur les considérations politiques ou économiques.

Figure 1. La loi de Zipf pour les villes mondiales



Source : selon C. Marchetti, International Institute for Applied Systems Analysis.

4.1. Une dynamique d'adaptation pro-active

C'est sans doute dans le domaine de la production économique liée à la maîtrise technique que la fonction d'adaptateur des villes apparaît le plus clairement. Si on les compare aux autres formes de l'habitat humain que sont les villages, exploitant dans un rapport écologique des ressources locales, soumis aux limitations de ce milieu et à des aléas climatiques locaux, les villes assurent une multiplication des richesses (Reymond, 1971), par des processus internes, à l'échelle de chaque ville, et surtout par des processus externes, impliquant des relations avec d'autres lieux, parfois selon des portées très larges.

A l'échelle de la ville, sont bien identifiés des processus d'organisation sociale du travail qui améliorent la productivité, et qui rendent possible une accélération de l'innovation[1] grâce à une fréquence accrue des interactions. Les villes ont émergé, « spontanément », dans toutes les régions du monde où était apparue l'agriculture, environ 3000 ans après l'émergence de celle-ci (Bairoch, 1985 ; Diamond, 1997). L'organisation urbaine se caractérise par la multiplication des rôles sociaux, induisant une division sociale du travail, qui à terme, lorsqu'elle est jointe à des formes non exclusivement prédatrices de l'accumulation, permet d'augmenter la productivité. Les interprétations économistes de « la » ville mettent ainsi l'accent sur des économies d'échelle ou des économies d'agglomération ou d'urbanisation (Fujita et Thisse, 2002 ; Eeckhout, 2004 ; Glaeser, 2008), qui sont en fait des interprétations « instantanées » de ces processus qui se déroulent dans le temps et impliquent très souvent des évolutions de durées assez longues dans les interactions en réseau (Rozenblat, 2010). Les tenants d'une économie évolutionniste rappellent les effets de « *path dependence* » et d'historicité des processus (Martin, 1999). Mais les théories de l'économie géographique omettent aussi de prendre en considération, les processus externes par lesquels les acteurs présents dans les villes s'assurent de la durabilité de la valorisation de leurs acquis. Ils retiennent par exemple la suggestion de Henderson, selon laquelle le succès d'une ville dépend du choix judicieux de son portefeuille d'activité ! (Fujita et al., 2001).

La richesse des villes dépend en effet aussi de la mise en relation de ressources complémentaires apportées par la prédation, le commerce, l'imposition de nouveaux produits ou services et l'échange, souvent inégal avec les campagnes (Camagni, 1996), ou plus compétitif avec les autres villes. La mise en réseau des villes permet d'échapper aux limitations des ressources locales et dans le même temps oblige par émulation à continuer l'innovation, dans la rivalité et la concurrence avec les autres villes. Par les échanges d'information qui s'opèrent entre les villes connectées en réseau, l'innovation circule et devient motrice du développement urbain auquel elle s'identifie. En ce sens, les villes en systèmes remplissent la fonction d'adaptateur des territoires au changement social, technologique, économique ou culturel, qu'elles alimentent en permanence par les innovations qui se développent dans leurs réseaux.

La persistance des hiérarchies urbaines sur la longue durée, loin de manifester comme on le dit trop souvent une « inertie » des réseaux urbains, un poids mort géographique qui s'opposerait à la marche de l'histoire, s'explique en fait par une co-évolution des villes extrêmement proactive, par un processus concurrentiel fait d'imitation et d'anticipation pour la valorisation des richesses localisées, dans lequel tous les acteurs urbains sont très généralement engagés.

Des travaux menés en géographie ont en effet permis d'établir, théoriquement et empiriquement, une relation causale, renforcée par rétroaction, entre la forme statistique des hiérarchies urbaines et le processus de croissance qui les construit (Robson, 1973 ; Pumain, 1982 ; Guérin-pace, 1993). Le modèle statis-

---

[1] Dans la théorie, nous donnons à ce terme un sens très large et abstrait, qui recouvre l'ensemble des changements sociaux, technologiques et culturels. Dans les réseaux urbains contemporains c'est souvent l'innovation économique qui détermine les plus grands changements sociaux entre les villes.

tique de Gibrat (1931) indique qu'une croissance proportionnelle à la taille des villes, indépendante de la taille des villes et redistribuée aléatoirement sur de courts intervalles de temps, produit à terme une distribution lognormale, proche de la « loi rang-taille » de Zipf. Mais ce modèle purement statistique suppose paradoxalement l'indépendance des villes, tout en assurant une moyenne et une variance communes à leurs taux de croissance.

Sur le plan théorique, le modèle de Gibrat contredit le concept même de villes en système, et sur le plan empirique, il n'explique qu'imparfaitement les taux de croissance observés, en sous-estimant la tendance historique à la concentration des hiérarchies urbaines et en n'offrant pas la possibilité de simuler l'émergence pourtant fréquente des macrocéphalies urbaines. Nous avons donc complété le modèle de Gibrat pour tenir compte des interactions entre les villes (Favaro, 2007 ; Favaro, Pumain, 2011), selon des cycles de diffusion hiérarchique des innovations, qui induisent une croissance des inégalités de taille entre les villes légèrement plus forte que celle prévue par ce modèle stochastique – ce qui est plus conforme aux observations.

4.2. Le moteur de cette dynamique est l'innovation sociale

Au cours du temps, ce que j'ai appelé une « croissance distribuée », multiplicative, est ainsi répartie entre toutes les villes qui, dans un système très connecté, se développent à peu près au même rythme, grâce au captage ou à l'adoption des innovations du moment, lesquelles sont véhiculées par les multiples réseaux connectant les villes entre elles. Les innovations sont en général captées ou impulsées dans un premier temps par les plus grandes villes, qui possèdent par accumulation antérieure une diversité d'activités et une complexité sociale favorisant la probabilité d'émergence des innovations ou augmentant les capacités de l'adopter.

Les activités innovantes sont amenées à sélectionner ces localisations, bien qu'elles soient en général plus coûteuses (en loyers, en rémunérations) parce qu'elles y trouvent les moyens (financiers, intellectuels) de se développer dans la période à hauts risques où leur utilité sociale est incertaine. Leur succès éventuel engendre des profits élevés et donc une probabilité de croissance supérieure pour les grandes villes, bien que les coûts élevés associés et l'imitation par les autres villes entraîne assez vite une propagation, une « délocalisation » vers des villes plus petites et moins coûteuses – assurant celles-ci de participer à la croissance et à la modernisation de leurs structures, sans toutefois en retirer tout à fait autant de bénéfices.

Lorsque l'activité vieillit, il est probable qu'elle doive encore réduire ses coûts en se relocalisant dans de plus petites villes – voire dans d'autres pays où les coûts sont moindres lorsque les conditions de circulation et de taxation au passage des frontières le permettent. Des études empiriques longitudinales de l'évolution des localisations d'établissement ont confirmé ce processus (Duranton et Puga, 2001 ; Paulus, 2004 ; Gilli, 2005), tout comme les théories de la « division internationale du travail » (Aydalot, 1976).

4.3. Des lois d'échelle pour les activités urbaines

Nous avons ainsi pu identifier, dans plusieurs régions du monde, des « lois invariantes d'échelle »[2] pour les activités économiques urbaines, qui traduisent l'effet des cycles de l'innovation et leur propagation hiérarchique dans les réseaux de villes. Des expériences ont été conduites avec Paulus et Vacchiani-Marcuzzo sur les villes de France, d'Europe, d'Afrique du Sud et des États-Unis (Pumain et al., 2006(b) et 2009). Le résultat le plus important de ces recherches est que, *contrairement à la biologie où les lois invariantes d'échelle relatives aux dépenses d'énergie ou au métabolisme ont toujours des exposants inférieurs à 1, on trouve dans les systèmes de villes des variables d'activité, de production ou de consommation qui ont des exposants égaux ou supérieurs à 1.*

En fait, trois types de lois d'échelle sont identifiés dans les villes. Certaines quantités sont réparties dans les villes proportionnellement à la population (exposant égal à 1), d'autres au contraire ont des exposants inférieurs à 1, et d'autres des exposants plus grands que 1. Cette dernière forme de relation, dite supra-linéaire, est une nouveauté pour les physiciens et les biologistes. Une contribution importante des physiciens à l'interprétation est de relier par un modèle mathématique la valeur des exposants des lois d'échelle à des processus de croissance. En effet, un exposant inférieur à 1 révèle des contraintes sur le développement, qui se traduisent par une limite à la croissance, laquelle prend la forme d'une fonction logistique : au-delà d'une certaine taille, la part des ressources que le système consacre à son entretien ne lui permet plus de croître encore.

L'évolution a sélectionné des systèmes biologiques dont l'organisation suit un principe d'efficacité, dans les propriétés génériques des réseaux qui distribuent l'énergie et répartissent les ressources : ces réseaux organisés hiérarchiquement selon une structure fractale occupent l'espace de façon optimale, en minimisant l'énergie nécessaire pour atteindre tous les constituants élémentaires d'un organisme et en dissipant le moins possible d'énergie. L'analogie est immédiate en milieu urbain avec le cas des infrastructures, qui ont aussi des lois d'échelle d'exposant inférieur à 1 (Kuhnert et al., 2006), et dont le dessin s'est souvent auto-organisé hiérarchiquement selon une géométrie fractale (Frankhauser, 1994 ; Genre-Grandpierre, 2000), ce qui à la fois constitue une optimisation destinée à permettre la croissance des villes, mais aussi tendrait à limiter la taille qu'elles peuvent atteindre, si les ressources dont elles disposent étaient fixes.

Dans le cas des lois d'échelle dont les exposants sont égaux à 1, une croissance exponentielle, sans limite, est possible. Ce modèle dynamique, selon un processus de *croissance distribuée*, semble soutenir le développement des réseaux urbains depuis la première révolution industrielle (Robson, 1973 ; Pumain, 1982 ; Guérin-Pace, 1993). La transition urbaine qui a touché depuis plus de deux siècles les pays industrialisés puis les actuels pays en développement se

[2] Obtenues en ajustant une fonction puissance entre la taille des villes et un de leurs attributs, comme par exemple le nombre des emplois dans une activité donnée.

traduit par une croissance quasi homothétique des villes selon leur taille, certes avec de nombreuses fluctuations entre les villes d'un même territoire et d'une période à la suivante, et selon des intensités et des temporalités variables selon les pays et les continents (Bretagnolle et al., 2007).

Lorsque l'exposant est plus grand que 1, alors la contrainte au contraire incite à un développement d'autant plus important que le système est déjà grand : ce sont les fameux rendements croissants permettant de rendre compte des économies d'agglomération ! Les physiciens déduisent dans ce cas une « singularité en temps fini » de la courbe de croissance des villes, explosion quantitative qui se traduirait ensuite par une décroissance brutale, en l'absence d'innovation apportant des ressources nouvelles et modifiant l'énergie du système (Kuhnert et al., 2006). Ce résultat prédit par le modèle mathématique n'a cependant jamais été observé dans la réalité ! Le calcul reste une « expérience de pensée », incitant à entreprendre de nouvelles enquêtes quant à la croissance des villes.

Ces trois types d'observations sont réunis par les physiciens dans une interprétation fonctionnelle et universaliste (Bettencourt et al., 2009). Elles expliquent sans doute la difficulté d'établir des bilans coût-avantage en termes d'économie urbaine (Pumain, 2006a) et les controverses récurrentes quant à l'existence d'une taille optimale des villes (Bairoch, 1988). L'interprétation des physiciens qui conclut à une élévation du « rythme de vie » (*pace of life*) avec la taille des villes, très largement médiatisée (*Nature, New York Times*), nous semble cependant passer à côté de toute l'organisation sociale construite au cours de l'histoire du développement des villes. Par ailleurs, rien n'est dit quant au déclencheur, au moteur de cette activation, alors que la théorie urbaine offre d'autres pistes pour une explication moins « instantanée » des effets de la taille des villes sur la répartition des activités.

Nous avons donc proposé une seconde interprétation, qui historicise l'explication de ces trois types de lois d'échelle, en les reliant à la théorie de la division sociale du travail, aux cycles d'innovation économique urbains et au processus de diffusion hiérarchique de ces innovations. En effet, les secteurs d'activité dont les exposants sont supérieurs à 1 sont toujours ceux qui sont les plus innovants lors d'une période donnée, ils sont captés d'abord par les plus grandes villes, avant de se diffuser dans le reste du système ; les activités alors banalisées, correspondant à un deuxième stade dans l'histoire des produits ou des pratiques, se répartissent proportionnellement à la population des villes, ce sont pour ces secteurs que les exposants sont proches de la valeur 1. Quant aux activités dont les exposants sont inférieurs à 1 (ce qui représente une concentration relative dans les plus petites villes), ce sont celles qui concernent des secteurs en fin de cycle.

Cette interprétation, qui tient compte de l'évolution historique des villes, s'appuie sur la théorie de la diffusion hiérarchique des innovations (Hägerstrand, 1952 et 1967). Cette théorie est confirmée par l'observation de l'évolution des exposants (Paulus, 2004). Au cours des cinquante dernières années, on voit les valeurs des exposants diminuer, tout en restant supérieurs à 1, pour les industries du cycle de l'automobile et de l'électricité par exemple, alors qu'elles augmentent encore pour les activités de recherche et développement ainsi que pour les technologies de l'information et de la communication.

Notre interprétation est aussi renforcée par l'observation des lois de répartition des catégories sociales, qui dans la nomenclature française ou dans celle des Etats-Unis sont à peu près classées selon le statut, le niveau d'instruction et la qualification des personnes. L'ordre des exposants reflète bien la hiérarchie sociale : les catégories qui ont des lois d'échelle supra linéaires sont celles du haut de la hiérarchie, tandis que des catégories moyennes comme les instituteurs ou les personnels de santé se répartissent proportionnellement à la population, et les ouvriers, avec ou sans qualification, ont au contraire des répartitions qui varient sub-linéairement avec la taille des villes (Pumain et al., 2006 et 2009).

Tous ces résultats nous amènent à proposer une interprétation des lois d'invariance d'échelle qui situe le processus dynamique, non pas à l'échelle de la trajectoire d'une seule ville au cours du temps, mais dans un système de villes. Le processus consiste en la captation des activités innovantes, exigeantes en travail très qualifié, par les plus grandes villes, suivie à des intervalles de quelques décennies de la substitution de ces activités par d'autres encore plus récentes, alors que les activités du cycle précédent se relocalisent dans des villes de moindre importance où leur développement est moins coûteux et le travail moins qualifié, avant qu'elles ne finissent par se replier sur de toutes petites villes, voire se *délocaliser* dans des territoires où le marché du travail pèse encore moins sur les coûts de fonctionnement des activités. Ce processus devrait certes pouvoir être testé à partir de statistiques urbaines économiques et non seulement démographiques, lorsqu'il s'agit de raisonner en termes de « division internationale du travail ».

5. UNE MÉTHODE SIMPLE POUR COMPARER LES TRAJECTOIRES DES VILLES

Afin de compléter la batterie des tests habituellement utilisés concernant le modèle de croissance de Gibrat, nous avons mis au point une méthode d'analyse de la croissance des villes qui permet de caractériser la diversité des trajectoires des villes dans un système de villes, en référence à ce modèle. Les écarts observés aux trajectoires que prédirait ce modèle permettent aussi bien de comparer des évolutions observées pour des systèmes de villes différents, à différentes périodes, que des évolutions simulées sous diverses hypothèses.

Rappelons que Gibrat (1931), en reprenant un raisonnement de Kapteyn, a établi à quelles conditions la croissance des villes aboutissait à une distribution lognormale de leur taille, en proposant un modèle de croissance stochastique simple :

1- A chaque court intervalle de temps (par exemple entre deux recensements de population successifs) les villes s'accroissent d'une quantité de population dP qui est proportionnelle à leur taille : le taux de croissance, ou variation relative de la taille $r = \mathrm{d}P/P$, est donc en moyenne le même pour l'ensemble des villes considérées au cours d'une période donnée, mais avec des fluctuations résumées par un écart-type ρr ;

2- ces taux de variation $r_1, r_2, \ldots r_t$ ne sont pas corrélés à la taille des villes ;

3- ces taux de variation ne sont pas corrélés entre eux d'une période à l'autre.

$$P_t = P_0\,(1 + r_1)\,(1 + r_2)\,(1 + r_3)\ldots(1 + r_t)$$

C'est en vertu de la « loi des grands nombres » (la somme de variables aléatoires indépendantes est une distribution normale) que la distribution des tailles de villes obtenue à l'issue d'un tel processus de croissance est une distribution lognormale (dont le logarithme suit la loi normale).

$$\log P_t = \log P_0 + \log(1 + r_1) + \log(1 + r_2) + \ldots + \log(1 + r_t)$$

Le modèle de trajectoire pour une ville est donc une courbe de type exponentiel. Mais la courbe exponentielle proprement dite est définie par un taux de variation qui resterait constant au cours du temps, ce qui n'est pas le cas pour des villes qui sont en moyenne soumises à des variations fortes de leur croissance au cours de leur histoire, avec des croissances lentes entrecoupées de récessions pendant toute la période pré-industrielle, des croissances rapides pendant toute la durée de la transition urbaine (transition démographique et révolution industrielle puis révolution tertiaire) et enfin retour à des croissances beaucoup plus lentes, voire à un certain déclin démographique après l'achèvement de ces transitions. Il faut retenir que c'est le modèle statistique de croissance qui est de type exponentiel et pas les trajectoires des villes – dont l'expansion ou le déclin au cours du temps sont cependant toujours plus rapide que ne le produirait une évolution de type linéaire.

Dans l'hypothèse où le modèle de croissance de Gibrat correspondrait aux observations, on peut s'attendre à une diversité de trajectoires de villes, selon que le « hasard » intervenant dans la distribution des taux de croissance successifs les a favorisées ou non. On emploie une méthode de classification ascendante hiérarchique avec distance du Chi2 pour les classer. En effet cette méthode regroupe les profils d'évolution de la population des villes en fonction des variations relatives de cette population, d'un recensement à l'autre et d'une ville à l'autre indépendamment de leur taille. On compare ensuite les trajectoires moyennes de chaque classe en représentant l'évolution de la population moyenne de la classe en fonction du temps sur un graphique semi-logarithmique, qui donne la même pente aux sections de courbe ayant les même taux de variation.[3]

Les grandes fluctuations de croissance qui ont affecté les villes dans leur ensemble, ou une classe de villes particulière, se traduisent sur ces courbes par des inflexions, ralentissements ou accélérations. Mais pour les systèmes de

---

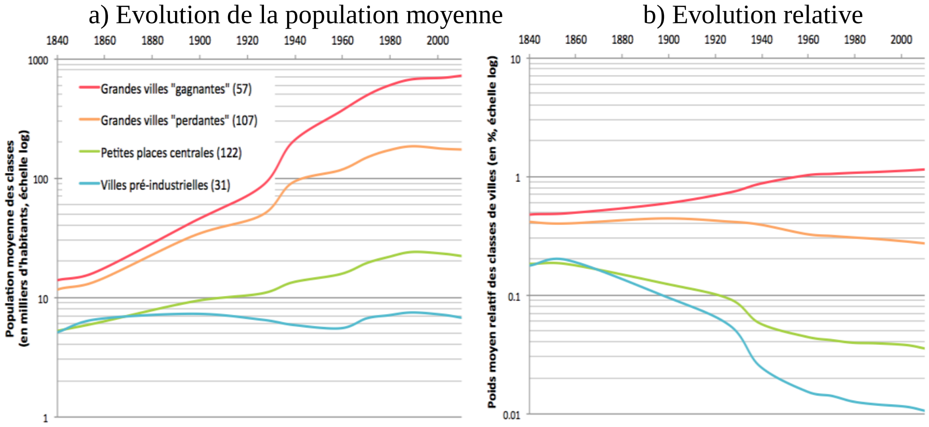
[3] Le logiciel TrajPop a été mis au point par Robin Cura dans le cadre du programme ERC GeoDiverCity.

villes en expansion, ces courbes sont souvent toutes ascendantes et plus ou moins parallèles. On met alors en évidence leurs différences en calculant à chaque date le poids de ce type de villes dans le système des villes (on rapporte la population moyenne de la classe à la population urbaine totale, ce qui donne une expression de la taille relative des villes). On obtient alors des courbes divergentes, ascendantes et descendantes.

Nous donnons ici deux exemples de l'efficacité de cette représentation, dans le cas des villes russes analysé par Cottineau (2012), et celui des villes indiennes qu'a traité Swerts (2012) (Figures 2 et 3).

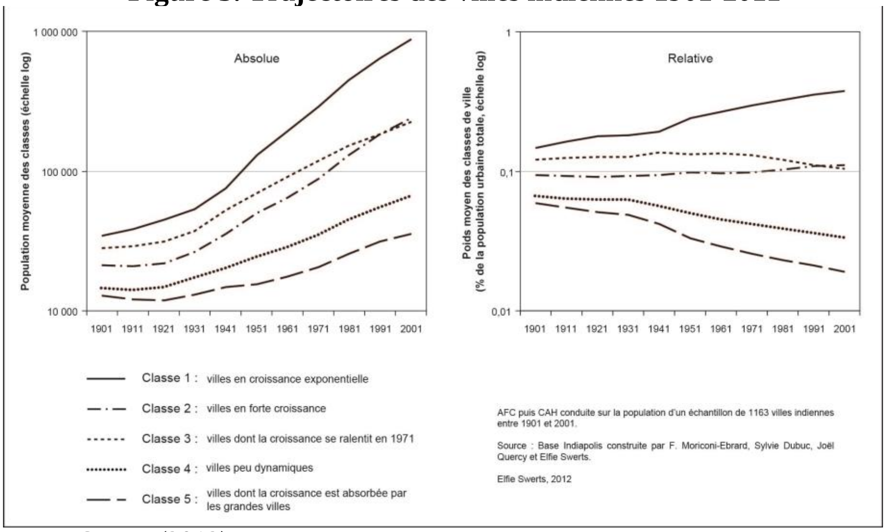
Figure 2. Trajectoires des villes russes (317 agglomérations) entre 1840 et 2010

a) Evolution de la population moyenne b) Evolution relative



Source : Cottineau (2012).

Figure 3. Trajectoires des villes indiennes 1901-2011



Source : Swerts (2012).

CONCLUSION

Nous regrettons de n'avoir pas su éviter un ton peut-être un peu trop polémique dans cet article, en relevant des contradictions ou des désaccords entre de nombreuses publications. Beaucoup a déjà été écrit sur la loi de Zipf, en particulier appliquée aux villes, sans que l'on dispose toujours d'un appareil critique suffisant pour opérer cette transposition, et sans qu'ait toujours été présent le nécessaire souci de la qualité des données empiriques utilisées pour des tests. Or il nous semble que le principal enjeu de ces travaux devrait être de développer notre capacité à produire des connaissances cumulables, qui fassent avancer la construction théorique en géographie et en économie urbaine.

Nous avons suivi une méthode d'exposition résolument didactique dans cet article, que les spécialistes veulent bien nous en excuser, mais certains rappels, même élémentaires, semblent utiles dans un domaine scientifique où le progrès des connaissances ne peut se construire que dans l'explicitation des méthodes et par une attention accrue portée à la qualité des observations. S'agissant de l'application aux villes de la loi de Zipf, il importe de moins s'appesantir désormais sur les ajustements à ce modèle que sur les processus dynamiques qui conduisent à cette forme de distribution. Il nous semble aussi que les efforts théoriques doivent prendre mieux en compte la spécificité de ces objets complexes que sont les villes, et notamment certains traits de leur historicité, en dépit des très grandes régularités statistiques qui favorisent la modélisation mais ne doivent pas conduire à une « naturalisation » des processus explicatifs.

Nous continuons à développer une théorie évolutive des villes qui considère les villes comme un produit social et donc intègre les apports de nombreuses autres disciplines, de l'archéologie à l'histoire et à l'économie, de la science politique à l'anthropologie. Il reste que le référentiel épistémologique des modèles que nous construisons est celui de la géographie, car notre objectif disciplinaire est de rendre compte de la géodiversité des villes et des systèmes de villes. En ce sens, une simple distribution statistique, de plus aussi universelle dans ses applications que la loi de Zipf, ne saurait être ni l'unique point de départ ni l'aboutissement de notre recherche. Mais sa prégnance dans l'univers urbain est telle que les théories et les modèles que nous produisons doivent en rendre compte, avec rigueur et parcimonie.

REFERENCES

Anderson C., Hellervick A., Lingren C. 2005. A spatial network explanation for a hierarchy of urban power laws. *Physica A*: Statistical mechanics and its applications, 345,1-2, 1, 227-244.

Anderson G., Ge Y. 2005. The size distribution of Chinese cities. *Regional Science and Urban Economics,* 356, 756-776.

Aydalot P. 1976. *Dynamique spatiale et développement inégal*. Economica, Paris.

Auerbach F. 1913. Das Gesetz der Belvolkerungskoncentration. *Petermanns Geographische Mitteilungen,* 59,74-76.

Baek S.K., Bernharsson S., Minnhagen P. 2011, Zipf's lax unzipped. *New Journal of Physics*, 13, n° 0430043.

Barbut M. 2004. Une famille de distributions : des parétiennes aux contra-parétiennes. Applications à l'étude de la concentration urbaine et de son évolution. *Cybergeo,* 266.

Basu B., Bandyapadhyay S. 2000, Zipf's law and distribution of population in Indian cities, *Indian Journal of Physics*, 83, 11, 1575-1582.

Batty M. 2006. Hierarchy in Cities and City Systems, in Pumain D. (ed.), *Hierarchy in Natural and Social Sciences,* Dordrecht: Springer, 143-169.

Batty M. 2010, Visualizing space-time dynamics in scaling systems. *Complexity*, 16, 2, 51-63.

Bairoch P. 1985. *De Jéricho à Mexico*. Paris, Gallimard.

Bairoch P. 1988. *Taille des villes, conditions de vie et développement économique*. Paris, EHESS.

Beckmann M. 1958. City Hierarchies and the Distribution of City Size. *Economic Development and Cultural Change,* 6, 243-248.

Berry B. J. L. 1961. City Size Distributions and Economic Development. *Economic Development and Cultural Change,* 94, 573-588.

Berry B.J. L., Oculicz-Kozaryn A. 2012. The city size distribution debate. Resolution for US urban regionas and megalopolitan areas. *Cities*, 29, 517-523.

Bettencourt L., Lobo J., West G. 2009. The self similarity of human social organization and dynamics in cities, in Lane D., Pumain D., Van der Leeuw S., West G. (eds.), 2009, *Complexity perspectives on innovation and social change*, IS-COM, Springer, Methodos Series 7, chap. 7.

Bosker M., Brakman S., Garretsen H., Schramm M. 2008. A century of shocks: The evolution of the German city size distribution 1925-1999. *Regional Science and Urban Economics,* 38, 330-347.

Breitung J., Meyer W. 1994. Testing for Unit Roots in Panel Data: Are Wages on Different Bargaining Levels Cointegrated? *Applied Economics,* 264, 353-61.

Bretagnolle A., Paulus F., Pumain D. 2002. Time and space scales for measuring urban growth. *Cybergeo,* 219, 12 p.

Bretagnolle A., Giraud T., Mathian H. 2008. L'urbanisation des Etats-Unis, des premiers comptoirs coloniaux aux Metropolitan Areas 1790-2000. *Cybergeo*, 427.

Bretagnolle A. (coord.), 2011, *Harmonie-cités : bases de données harmonisées sur la dynamique et les compétences des villes en réseau selon les régions du monde*, Rapport final de l'ANR Corpus et Outils de la Recherche en SHS, Edition 2007, 54 p. http://hal-univ-diderot.archives-ouvertes.fr/ docs/00/68/84/91.

Bura S., Guérin-Pace F., Mathian H., Pumain D., Sanders L. 1996, Multi-agent systems and the dynamics of a settlement system. *Geographical Analysis*, 2, 161-178.

Camagni R. 1996, *Economie urbaine*. Paris, Economica.

Chen Y., Hu Y. 2010, Derivation of the 2n rule from the rank-size rule of city-size distribution. *Beijing Daxue Xuebao, Ziran Kexue Ban/ Acta Scientiarum Naturaium Universitatis Pekinensis,* 46, 1, 115-120.

Chesher A. 1979. Testing the Law of Proportionate Effect. *The Journal of Industrial Economics,* 274, 403-411.

Cordoba J. C. 2008. "A generalised Gibrat law." *International Economic Review,* 49, 4, 1463-1468.

Corominas-Murtra B., Solé R.V. 2010, Universality for Zip's law. *Physical Review,* E, 82, 1, n° 011102.

Christaller W. 1933. *Central Places in Southern Germany.* Jena: Fischer.

Cottineau C. 2012, Un système intermédiaire. Trajectoires des villes russes entre dynamiques générales et histoires spécifiques. *L'Espace Géographique,* 3.

Deluz C., 1989, Villes et organisation de l'espace : la Chine de Marco Polo, p. 167-168, in : *Villes, bonnes villes, cités et capitales. Mélanges offerts à Bernard Chevalier*, Tours.

Diamond J. 1997, *De l'inégalité parmi les sociétés - Essai sur l'homme et l'environnement dans l'histoire.* Paris, Gallimard, trad. française, 2000.

Dobkins L. H., Ioannides Y. M. 2000. "Dynamic evolution of the city size distribution of U.S. cities." in J.-M. Huriot and J. F. Thisse (ed.), *Economics of cities: Theoritical perspectives,* Cambridge: UK, Cambridge University Press, 217-263.

Duranton G. 2006, Some foundations for Zip's law: product proliferation and local spillovers. *Regional Science and Urban Economics,* 36, 4, 542-563.

Duranton G., Puga D. 2001, Nursery Cities: Urban diversity, process innovation, and the life-cycle of products. *American Economic Review,* 915, 1454-1477.

Eeckhout J. 2004. Gibrat's Law for All Cities. *The American Economic Review,* 945, 1429-1451.

Eeckhout J. 2009. "Gibrat's Law for All Cities: A Reply. *The American Economic Review,* 994, 1676-1683.

Favaro J.M. 2007 *Croissance urbaine et cycles d'innovation dans les systèmes de villes: une modélisation par les interactions spatiales*. Thèse de doctorat, Université Paris I.

Favaro J.-M., Pumain D. 2011, Gibrat Revisited: An Urban Growth Model including Spatial Interaction and Innovation Cycles. *Geographical Analysis,* 43, 3, 261-286.

Feldman M.P. 1994, *The geography of innovation*. Berlin, Springer.

Frankhauser P. 1994, *La fractalité des structures urbaines.* Economica, Paris.

Freeman C., Louçã F. 2001. *As time goes by: from the industrial revolutions to the information revolution*. Oxford, New York: Oxford University Press.

Fujita M., Thisse J.F. 2002. *Economics of agglomeration. Cities, industrial location and regional growth,* Cambridge university Press.

Fujita M., Krugman P., Venables A. J. 2001. *The spatial economy. Cities, regions and international trade*. Cambridge, MA: MIT Press.

Gabaix X. 1999. Zipf's Law for Cities: An Explanation. *Quarterly Journal of Economics*, 1143, 739-767.

Gabaix X., Ioannides Y. M. 2003. The evolution of city size distributions. In J. V.Henderson, J. F. Thisse Eds.. *Handbook of regional and urban economics* Vol.4. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Garmestani A. S., Allen C.R., Gallagher C. M., Mittelstaedt J.D.7. 2007. "Departures from Gibrat's law, discontinuities and city size distributions." *Urban Studies*, 44, 10, 1997-2007.

Genre-Grandpierre C. 2000, *Forme et fonctionnement des réseaux de transport : approche fractale et réflexions sur l'aménagement des villes*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.

Gibrat R. 1931. *Les inégalités économiques : applications aux inégalités des richesses, à la concentration des entreprises, aux populations des villes, aux statistiques des familles, etc., d'une loi nouvelle, la loi de l'effet proportionnel.* Paris, Sirey.

Gilli F. 2005, Le Bassin parisien, une région métropolitaine. *Cybergeo.*

Glaeser E. 2008, The economic approach to cities. Harvard Institute of Economic Research Discussion Paper n°2149.

Guérin-Pace F., Pumain D. 1990. 150 ans de croissance urbaine. *Economie et Statistique*, 230, 5-16.

Guerin-Pace F. 1993. *Deux siècles de croissance urbaine : la population des villes françaises de 1831 à 1990.* Paris: Anthropos-Economica.

Guerin-Pace F. 1995. Rank-Size Distribution and the Process of Urban Growth. *Urban Studies*, 323, 551-562.

Hägerstrand T. 1952. On the propagation of innovation waves. *Lund Studies in Geography* B 44.

Hägerstrand T. 1967. *Innovation Diffusion as a Spatial Process.* Chicago: University of Chicago Press.

Hart P. E., Oulton N. 2001. Variance of Growth and Size of Firm. *University of Reading Discussion Papers in Economics and Management* 13429.

Hart P. E., Prais S. J. 1956. The Analysis of Business Concentration: A Statistical Approach. *Journal of the Royal Statistical Society.* Series A General 1192, 150-191.

Im K.S., Pesaran M.H. and Shin, Y. 2003. Testing for unit roots in heterogeneous panels. *Journal of Econometrics*, 115, 53-74.

Ioannides Y. M., Overman H. G. 2004. Spatial Evolution of the US Urban System. *Journal of Economic Geography* 42, 131-156.

Kuhnert C.D., Helbing D., West G.B. 2006, Scaling laws in Urban Supply Networks. *Physics A, Statistical Mechanics and applications,* 263 1, 96-103.

Levin A., Lin C. 1992. *Unit root tests in panel data: asymptotic and finite-sample properties*. San Diego: University of California.

Levy M. 2009. Gibrat's Law for All Cities: Comment. *American Economic Review*, 994, 1672-1675.

Lotka A.J. 1924, *Elements of physical biology*. Baltimore.

McCloughan P. 1995. Simulation of Concentration Development from Modified Gibrat Growth-Entry-Exit Processes. *The Journal of Industrial Economics*, 434, 405-433.

Martin R. 2008, Path Dependence and Path Creation in the Economic Landscape, in Boschma, R. and Martin, R. (Eds), *Handbook of Evolutionary Economic Geography*, Cheltenham: Edward Elgar.

Mitzenmacher M. 2004. A Brief History of Generative Models for Power Law and Lognormal Distributions, *Internet Mathematics*, 12, 226-251

Nitsch V. 2005, Zipf zipped. *Journal of Urban Economics*, 57, 86-100.

Parr J.B., Suzuki K. 1973. Settlement Populations and the Lognormal Distribution. *Urban Studies*, 103, 335-352.

Paulus F. 2004. *Coevolution dans les systèmes de villes: croissance et spécialisation des aires urbaines françaises de 1950 à 2000.* Unpublished Doctoral Dissertation. University of Paris I.

Petruszewycz M. 1972. Loi de Pareto ou loi log-normale : un choix difficile, *Mathématiques et sciences humaines*, 39: 37-52.

Polèse M., Shearmur R. 2005, *Economie urbaine et régionale* Economica, Paris.

Portnov B.A., 2011, Does Zipf's law hold for primate cities ? Some evidence from a discriminant analysis of world countries. *Jahrbuch für Regionalwissenschaft*, 31, 2, 113-124.

Pred A.R. 1966. *The Spatial dynamics of U.S. urban-industrial growth, 1800-1914*. Cambridge Mass.: MIT Press.

Pred A.R. 1973. *Urban growth and the circulation of information: the United States system of cities, 1790-1840*. Cambridge Mass: Harvard Press.

Pumain D. 1982. *La Dynamique des Villes*. Paris, Economica.

Pumain D. 1992, Les systèmes de villes, in Bailly A. Ferras R. Pumain D. (eds), *Encyclopédie de géographie*, Paris, Economica, chap. 34, 645-664.

Pumain D. 1997, Vers une théorie évolutive des villes. *L'Espace Géographique*, 2, 119-134.

Pumain D. 2004, Scaling laws and urban systems, *Santa Fe Institute, Working Paper n°04-02-002*, 26 p.

Pumain D. 2006a, Villes et systèmes de villes dans l'économie. *Revue d'économie financière*, 86, 29-46.

Pumain D. 2006b, Lois d'échelle et mesure des inégalités en géographie. *Revue Européenne des Sciences Sociales*, tome XLV, 138, 55-65.

Pumain D., Moriconi-Ebrard, F. 1997, City Size distributions and metropolisation. *Geojournal*, 43, 4, 307-314.

Pumain D., Paulus F., Vacchiani-Marcuzzo C., Lobo J., 2006. An evolutionary theory for interpreting urban scaling laws, *Cybergeo*, 343, 20 p.

Pumain D., Paulus F., Vacchiani-Marcuzzo C. 2009, Innovation Cycles and Urban Dynamics, in : D.Lane, D. Pumain, S. Van der Leeuw, G. West eds., *Complexity perspectives on innovation and social change*, ISCOM, Springer, Methodos Series, Berlin, 237-260.

Pumain D. 2010, Une théorie géographique des villes. *Bulletin de la Société géographique de Liège*, 55, 5-15.

Quah D. 1993. Galton's fallacy and tests of the convergence hypothesis. *Scandinavian Journal of Economics* 95, 427-443.

Quandt R. E. 1964. Statistical discrimination among alternate hypothesis and some economic regularities. *Journal of Regional Science,* 52, 1-23.

Reed W.J. 2002. On the rank-size distribution for human settlements, *Journal of Regional Science,* 421, 1-17.

Resende M. 2004. Gibrat's Law and the Growth of Cities in Brazil: A Panel Data Investigation. *Urban Studies*, 418, 1537-1549.

Reymond H. 1981. Une problématique théorique, in Isnard Hildebert, Racine Jean-Bernard, Reymond Henri *Problématiques de la géographie*, Paris PUF.

Reynaud A. 2000. *Une Géohistoire, la Chine des Printemps et des Automnes*. Paris, Belin.

Skinner G.W. 1978, Cities and the hierarchy of local systems, in Wolf A.P. ed *Studies in Chinese Society*. Stanford CA, Stanford University Press.

Robson B. T. 1973. *Urban Growth, an approach*. London: Methuen.

Roehner B., Wiese K. 1982. A dynamic generalisation of Zipf's rank-size rule. *Environment and Planning A,* 14, 1449-1467.

Rozenblat C. 2010. Opening the Black Box of Agglomeration Economies for Measuring Cities' Competitiveness through International Firm Networks. *Urban Studies*, 47, 2841-2865.

Rozenfeld H.D., Rybski D., Andrade J.S., Batty M., Stanley H.E., Makse H.A. 2008. Laws of population growth. *PNAS*, 105, 48, 18702-18707.

Santarelli E., Klomp L. 2006. Gibrat's Law: An Overview of the Empirical Literature Entrepreneurship. In 7 Santarelli E. (ed.), *Growth, and Innovation: the Dynamics of Firms and Industries,* New-York: Springer, 41-73.

Schumpeter J. A. 1939. *Business cycles: a theoretical, historical, and statistical analysis of the capitalist process*. New York: McGraw-Hill.

Schaffar A. 2009, La loi de Zipf dans la science régionale : anciennes controverses et nouvelles perspectives. *Cybergeo*, 450.

Schaffar A., Dimou M. 2012, Rank-Size city dynamics in China and India, 1984-2001. *Regional Studies*, 466, 707-721.

Sharma S. 2003. Persistence and stability in city growth. *Journal of Urban Economics,* 53, 300-320.

Sheppard E. 1985. Urban system population dynamics: Incorporating nonlinearities. *Geographical analysis,* 171, 47-73.

Simon H. 1955. On a class of skew distribution functions. *Biometrika,* 42, 425-440.

Swerts E. 2012, Approche statistique de la cohésion territoriale: le système de villes en Inde. *L'Espace Géographique,* soumis.

Wilson A. G. 1967. Statistical theory of spatial trip distribution models. *Transportation Research*, 1, 253-269.

Wilson A. G. 1970. *Entropy in urban and regional modelling*. London, Pion.

Wilson A. G. 1974. *Urban and regional models in geography and planning.* London, New York: Wiley.

Winiwarter P. 1985, Iso-dynamics of population size distributions in hierarchical systems. Reprod. in http://www.bordalierinstitute.com/.

Wong D. W. S., Fotheringham A. S. 1990. Urban systems as examples of bounded chaos: exploring the relationship between fractal dimension, rank-size and rural-to-urban migration. *Geografiska Annaler*, B 722/3, 89-99.

Zipf G. 1949. *Human Behavior and the Principle of Least Effort*. Cambridge MA: Addison-Wesley Press.

A GEOGRAPHICAL THEORY FOR ZIPF'S LAW

Abstract *- An important literature has focused on then rank size rule and the Zipf's law without delivering significant results. Among the reasons for this low scientific productivity, one can find ommisions and misunderstandings between different scientific fields, the generalization of physical and mathematical models abusively applied to social science fields and the pure quality of data concerning city size and city growth. In this paper, we use empirical studies throughout the world in order to build a geographical theory on urban systems'evolution. We use a comparative method to examine cities dynamics.*

Key-words: SYSTEMS OF CITIES, ZIPF'S LAW, URBAN GROWTH, GIBRATS LAW,CITIES' DYNAMICS.