Région et Développement
n° 64-2026
www.regionetdeveloppement.org

Contagion asymétrique entre marchés boursiers et obligataires en Afrique subsaharienne (2020-2024) : une analyse multi-horizons du risque systémique

Florent KANGA GBONGUE[*]
Arthur AHOUSSI[**]
Guy-Mac YEPIE[***]
Frédéric PLANCHET[****]

Résumé - Cet article analyse la contagion financière entre les marchés boursiers et obligataires en Afrique subsaharienne à partir d'un cadre intégré combinant les ondelettes multi-échelles, les copules et les mesures de risque. Sur la base de données journalières pour l'Afrique du Sud, le Nigeria, la Zambie et la Namibie sur la période 2020–2024, les résultats montrent que la contagion est non uniforme, principalement de court terme, non linéaire et conditionnelle, et qu'elle s'intensifie nettement lors des épisodes de stress global, en particulier lors des répercussions du conflit russo-ukrainien. L'étude met en évidence une forte hétérogénéité entre les pays, liée à la profondeur financière, à la liquidité et au degré d'intégration internationale. La crise ne se limite pas à accroître les corrélations moyennes : elle reconfigure les dépendances dans les queues de distribution, révélant des mécanismes d'amplification asymétrique sous stress. Sur le plan méthodologique, la valeur à risque (VaR) sous normalité apparaît insuffisante pour capter les pertes extrêmes, tandis que la VaR conditionnelle (CoVaR) saisit plus fidèlement la transmission conditionnelle du risque. Ces résultats soulignent l'importance d'indicateurs multi-horizons pour la surveillance macro-financière et le financement durable du développement en Afrique subsaharienne.

Classification JEL
C53, G01, G15, O16, O55

Mots-clés
Contagion financière
Marchés boursiers et obligataires
Analyse multi-échelles
Copules
Mesures de risque
Afrique subsaharienne

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude aux évaluateurs pour la pertinence de leurs remarques qui nous ont permis d'améliorer substantiellement cet article.

[*] Finair Conseil, Université Félix Houphouët Boigny, Côte d'Ivoire ; florent.gk@gmail.com
[**] Trésor Public de Côte d'Ivoire.
[***] Institut Universitaire d'Abidjan, Côte d'Ivoire.
[****] Université Claude Bernard Lyon 1, ISFA.

INTRODUCTION

Les marchés financiers jouent un rôle déterminant dans la stabilité macroéconomique et le développement de long terme en facilitant la mobilisation de l'épargne, l'allocation du capital et la gestion des risques (Ghirmay, 2004). Si les marchés boursiers reflètent les anticipations des investisseurs quant aux perspectives économiques, les marchés obligataires constituent un indicateur central des conditions de financement et de la crédibilité budgétaire des États. En Afrique subsaharienne, malgré une dynamique d'approfondissement progressif, ces marchés demeurent peu profonds, faiblement liquides et fortement dépendants des capitaux internationaux, ce qui peut accroître leur exposition aux chocs externes et limiter leur capacité d'absorption des épisodes de stress financier (Levine et Zervos, 1998 ; Allen et Ndikumana, 2018).

Cette configuration structurelle soulève une interrogation centrale pour la stabilité macro-financière : dans des marchés partiellement intégrés et relativement étroits, la relation actions-obligations constitue-t-elle un mécanisme de diversification effective en période de crise, ou devient-elle un canal supplémentaire de propagation du risque ?

La mondialisation financière a renforcé l'interconnexion entre les marchés et accéléré la transmission des chocs à l'échelle internationale. Dans ce contexte, la contagion financière[1] constitue un mécanisme central de propagation des crises. Elle se distingue d'une simple interdépendance structurelle par une amplification soudaine et non linéaire des liens entre les marchés en période de stress, souvent alimentée par des comportements mimétiques, des contraintes de liquidité et des réallocations rapides de portefeuilles (Gbongue et al., 2024 ; Corsetti et al., 2005 ; Kaminsky et al., 2003 ; Forbes et Rigobon, 2002 ; Dornbusch et al., 2000). Dans les économies émergentes et frontières, où la profondeur de marché est limitée et la base d'investisseurs concentrée, ces ajustements peuvent se traduire par des mouvements simultanés sur plusieurs segments d'actifs, indépendamment des fondamentaux macroéconomiques.

La relation entre les marchés boursiers et obligataires constitue, à cet égard, un canal clé du risque systémique. En période normale, une corrélation faible ou négative entre ces deux segments favorise la diversification et contribue à la stabilité financière. En revanche, lors des crises, les corrélations tendent à s'intensifier, réduisant les bénéfices de diversification (Connolly et al., 2005). Dans les économies avancées, ce phénomène est souvent interprété à travers le mécanisme de « flight-to-quality », les obligations souveraines jouant un rôle d'actif refuge (Baur et Lucey, 2010 ; Gulko, 2002).

Toutefois, dans des marchés moins liquides et plus segmentés, l'intensification des co-mouvements peut refléter un mécanisme distinct, davantage compatible avec des contraintes communes de liquidité qu'avec un arbitrage fondé sur la qualité relative des actifs (Vayanos, 2004). Dans ce cas, la hausse simultanée de la volatilité sur les marchés actions et obligataires serait cohérente avec un processus de désengagement global ou de "flight-to-liquidity", plutôt qu'avec une réallocation protectrice vers la dette souveraine (Beber et al., 2009). Cette distinction théorique

[1] Dans les économies africaines, où les marchés financiers jouent un rôle croissant dans le financement des États et des entreprises, la contagion financière constitue un enjeu central pour la soutenabilité du développement.

est essentielle pour interpréter empiriquement les dynamiques observées : une augmentation des corrélations en période de crise ne signifie pas nécessairement une détérioration homogène des fondamentaux, mais peut traduire la structure même des marchés et les comportements dominants des investisseurs (Baele et al., 2010).

Dans des économies où les marchés obligataires domestiques jouent un rôle croissant dans le financement budgétaire, cette évolution peut avoir des implications macro-financières significatives. La perte temporaire de diversification entre les actions et obligations peut accroître la volatilité des primes de risque souveraines, influencer les conditions de refinancement et, in fine, affecter la soutenabilité budgétaire (Roncalli, 2025). La contagion actions–obligations devient ainsi un enjeu qui dépasse la seule sphère financière pour toucher aux trajectoires de développement.

L'analyse de ces interdépendances requiert des outils capables de saisir simultanément la dimension temporelle, non linéaire et extrême des relations financières (Gbongue et al., 2024). Les mesures traditionnelles du risque, telles que la valeur à risque (VaR), présentent des limites pour appréhender les dépendances conditionnelles et les événements extrêmes (Jorion, 2007). La valeur à risque conditionnelle (CoVaR) permet d'évaluer la contribution d'un marché au risque systémique global, tandis que les copules offrent un cadre flexible pour modéliser des dépendances asymétriques, notamment dans les queues de distribution (Sklar, 1959 ; Patton, 2006). L'analyse par ondelettes complète ces approches en intégrant explicitement la dimension temps–fréquence et en distinguant les dynamiques de court, moyen et long terme (Gençay et al., 2002 ; Rua et Nunes, 2009).

Déterminer si la relation actions–obligations constitue un mécanisme de diversification ou un canal de propagation du risque suppose précisément d'en analyser la nature temporelle et structurelle. Si l'intensification des co-mouvements se concentre aux horizons courts, elle peut refléter des ajustements transitoires compatibles avec des contraintes de liquidité. En revanche, des dépendances persistantes ou accentuées dans les queues de distribution signaleraient une fragilisation plus profonde des mécanismes de stabilisation financière. Ainsi, l'analyse multi-horizons et l'étude des dépendances extrêmes ne constituent pas une problématique distincte, mais un moyen direct d'éclairer la fonction stabilisatrice ou amplificatrice de la relation entre les marchés actions et obligataires.

Ce travail contribue à la littérature sur la contagion financière en Afrique subsaharienne selon trois dimensions complémentaires. Premièrement, il propose une lecture explicitement multi-horizons des interactions actions–obligations, permettant d'identifier dans la période 2020-2024 si l'intensification des co-mouvements observée durant la crise liée au conflit russo-ukrainien se concentre aux hautes fréquences (court terme) ou s'étend aux horizons plus longs. Deuxièmement, il met en évidence l'hétérogénéité des structures de dépendance entre les pays étudiés, suggérant que les mécanismes de transmission varient selon le degré d'intégration financière, la profondeur des marchés et la structure des investisseurs. Troisièmement, il évalue la dimension systémique de la contagion. Cette perspective permet de mesurer comment les épisodes de stress global amplifient la propagation des pertes dans les queues de distribution, signalant ainsi des ruptures potentielles dans la stabilité des marchés financiers de la région.

Les résultats empiriques montrent que, dans les pays analysés, l'intensification des co-mouvements durant le conflit russo-ukrainien se concentre principalement aux horizons courts et intermédiaires, ce qui est compatible avec des mécanismes dominés par des ajustements rapides de portefeuille et des contraintes de liquidité. Dans certains cas, notamment pour les marchés plus intégrés, des signes de dépendance subsistent à des horizons plus longs, suggérant l'existence de canaux de transmission plus structurels, sans pour autant impliquer une homogénéité régionale des dynamiques observées. Notons que l'identification de dépendances non linéaires dans les queues de distribution indique par ailleurs que les épisodes de stress ne se traduisent pas uniquement par une augmentation des corrélations moyennes, mais peuvent s'accompagner de modifications plus profondes de la structure des relations entre les marchés.

Dans ce cadre, la crise russo-ukrainienne de 2022 offre un terrain d'analyse particulièrement pertinent. Si ses effets sur les marchés boursiers africains ont déjà été documentés (Gbongue et al., 2024 ; Chebbi et Hedhli, 2020), les interactions spécifiques entre les marchés boursiers et obligataires dans la région demeurent largement inexplorées. Cet article vise à combler cette lacune en proposant une approche intégrée combinant les mesures de risque extrême, la modélisation par copules et l'analyse multi-échelles, afin de mieux comprendre la manière dont les chocs globaux se transmettent entre les segments de marché et d'en évaluer les conséquences pour la stabilité financière et les trajectoires de développement.

Le reste de cet article est structuré de la manière suivante. La section 1 passe en revue la littérature existante, tandis que les sections 2 et 3 détaillent respectivement la méthodologie et les données. La section 4 est consacrée à la présentation des résultats empiriques et à la discussion de leurs implications.

1. REVUE DE LITTÉRATURE

La littérature sur la contagion financière montre que les marchés deviennent plus fortement interdépendants en période de crise, facilitant la propagation rapide des chocs entre les actifs, les secteurs et les pays. La contagion se distingue d'une simple interdépendance structurelle par une augmentation significative et souvent non linéaire des co-mouvements observée lors des épisodes de stress, traduisant des ruptures dans les mécanismes de transmission habituels (Forbes et Rigobon, 2002). Des travaux récents précisent que ces ruptures prennent la forme de dépendances de queue asymétriques et de changements de régime que les modèles linéaires traditionnels ne capturent pas adéquatement (Zeng et al., 2026 ; Gong et al., 2025).

Cette dynamique est particulièrement éclairante pour l'analyse conjointe des marchés actions et obligataires. Lorsque les co-mouvements s'intensifient au-delà de ce que justifient les fondamentaux, la relation entre ces segments peut basculer d'un rôle stabilisateur vers un rôle amplificateur du risque (Roncalli, 2025 ; Molenaar et al., 2024). Campbell et al. (2025) montrent ainsi que le bêta nominal obligations–actions a changé de signe autour des années 2000 et que les périodes de primes de risque élevées en accroissent la valeur absolue, renforçant la synchronisation en période de tension. De manière cohérente, Šikić (2025) met en évidence, à partir d'un modèle Markov-Switching appliqué aux marchés américains, qu'en 2022 actions et obligations ont simultanément basculé dans un régime de crise, marquant un effondrement de la couverture classique absent des crises

antérieures à dominante déflationniste. Dans les économies émergentes et en développement, où les marchés sont souvent moins profonds et davantage exposés aux flux internationaux, ces mécanismes constituent une source accrue de vulnérabilité macro-financière (Gbongue et al., 2024). Dès lors, l'enjeu n'est pas seulement de mesurer l'interdépendance, mais d'en caractériser la nature, l'intensité et les conditions d'apparition.

Les approches traditionnelles de mesure du risque reposent principalement sur la valeur à risque (VaR), largement utilisée pour quantifier le risque de marché, notamment dans le cadre RiskMetrics (Cougnaud, 2001). Si la VaR fournit une mesure synthétique de l'exposition individuelle, elle repose sur des hypothèses qui peinent à intégrer les ruptures de régime et les dépendances extrêmes mises en évidence par la littérature sur la contagion. De nombreux travaux en ont souligné les limites, en particulier sa difficulté à capturer les pertes sévères et les dépendances conditionnelles entre les marchés (Daniélsson et al., 2013 ; Artzner et al., 1999). Hendricks (1996) met en lumière les divergences entre les approches historiques, paramétriques et par simulation, tandis que Cotter et Longin (2011) montrent que les corrélations s'intensifient fortement en période de crise, réduisant la pertinence de la VaR pour appréhender le risque systémique. Ces limites deviennent particulièrement critiques dans des environnements marqués par des chocs exogènes fréquents et des comportements dominés par la liquidité (Kirilenko et al., 2017), précisément lorsque la relation actions-obligations peut changer de nature. En ce sens, si la VaR évalue le risque propre à chaque segment, elle demeure insuffisante pour déterminer si leur interaction joue un rôle stabilisateur ou, au contraire, amplifie la propagation des chocs à l'échelle du système financier.

Afin de mieux appréhender la dimension systémique du risque, Adrian et Brunnermeier (2016) introduisent la valeur à risque conditionnelle (CoVaR), qui mesure le risque d'un marché conditionnellement à un choc subi par un autre segment du système financier. Contrairement à la VaR centrée sur le risque individuel, la CoVaR intègre explicitement les interdépendances conditionnelles et permet d'identifier les contributions marginales au risque global. Elle offre ainsi un cadre analytique particulièrement adapté à l'étude de la contagion. Cette approche a été validée empiriquement (Engle et al., 2015) et largement mobilisée pour analyser la stabilité financière dans les économies émergentes, notamment afin d'identifier les segments ou institutions systémiquement importants (Hao et Chen, 2015). Appliquée aux marchés actions et obligataires, la CoVaR permet d'évaluer si un choc affectant un segment accroît significativement le risque de l'autre, fournissant ainsi une mesure directe de leur interaction systémique et de son rôle potentiellement stabilisateur ou amplificateur.

Parallèlement, les copules offrent un cadre flexible pour modéliser les dépendances non linéaires et asymétriques entre les actifs financiers, indépendamment de la forme des distributions marginales. Rodriguez (2007) montre que les dépendances dans les queues de distribution s'intensifient fortement en période de crise, résultat confirmé par Wang et al. (2010) et Kenourgios et al. (2011), notamment dans les marchés émergents. L'intérêt des copules réside précisément dans leur capacité à détecter ces dépendances extrêmes et ces changements de structure qui échappent aux corrélations linéaires traditionnelles. Cette approche est particulièrement pertinente pour déterminer si les marchés actions et obligataires demeurent faiblement corrélés en période normale, mais deviennent fortement synchronisés lors des épisodes de stress

sévère. Soulignons que les applications à l'Afrique subsaharienne restent toutefois limitées. Les rares études existantes, telles que Mensah et Alagidede (2017), suggèrent une contagion modérée entre les marchés africains, avec une exposition plus marquée de l'Afrique du Sud, reflétant son degré plus élevé d'intégration financière internationale. Cependant, ces travaux se concentrent principalement sur les interactions entre les marchés boursiers (Gbongue et al., 2024), laissant largement inexplorée la dynamique spécifique entre les actions et les obligations, pourtant cruciale pour l'analyse de la stabilité macro-financière.

Enfin, l'analyse par ondelettes complète ces approches en permettant d'examiner la contagion selon différents horizons temporels. Cette méthode, adaptée aux séries financières non stationnaires (Ramsey, 2002), met en évidence que les relations entre les marchés varient sensiblement selon les fréquences (Rua et Nunes, 2009). Les outils tels que la transformation en ondelettes croisées et la cohérence en ondelettes (Torrence et Compo, 1998 ; Grinsted et al., 2004) offrent une lecture fine des dynamiques de synchronisation et des mécanismes de transmission des chocs. La perspective multi-horizons est déterminante pour distinguer des ajustements transitoires de court terme, souvent liés à des contraintes de liquidité, de dépendances plus persistantes susceptibles d'altérer durablement la fonction de diversification entre les actions et les obligations.

En dépit de ces avancées méthodologiques, deux lacunes majeures subsistent. D'une part, les interactions entre les marchés boursiers et obligataires demeurent peu explorées dans le contexte de l'Afrique subsaharienne, alors même que le développement des marchés de dette souveraine confère à cette relation une importance macro-financière croissante. D'autre part, rares sont les travaux qui articulent simultanément l'analyse des dépendances non linéaires, la mesure du risque systémique et une perspective explicitement multi-horizons. En particulier, peu d'études examinent si, dans les économies africaines, la relation actions–obligations conserve un rôle de diversification en période de crise ou tend à devenir un vecteur de propagation du risque lorsque les tensions s'intensifient.

Cet article comble cette double lacune en proposant une approche intégrée fondée sur l'analyse multi-échelles, les copules et la CoVaR. En articulant explicitement la dimension temporelle, la structure des dépendances et le risque systémique, il offre un cadre cohérent pour évaluer la fonction stabilisatrice ou amplificatrice de la relation actions-obligations en Afrique subsaharienne. Cette perspective permet d'appréhender la contagion financière non seulement comme un phénomène de co-mouvement, mais comme un déterminant central de la stabilité macro-financière et des conditions de financement du développement dans la région.

2. MÉTHODOLOGIE

La démarche méthodologique adoptée repose sur une stratégie empirique intégrée visant à analyser la contagion financière entre les marchés boursiers et obligataires en Afrique subsaharienne selon trois dimensions complémentaires : temporelle, non linéaire et systémique. Cette architecture méthodologique découle directement de la question centrale de l'étude, qui consiste à déterminer si la relation actions–obligations joue un rôle stabilisateur ou amplificateur en période de crise. Elle s'articule en trois étapes successives et cohérentes. La première consiste à caractériser la structure des interactions entre les marchés à différents

horizons temporels à l'aide d'une analyse multi-échelles[2] fondée sur les ondelettes. La deuxième étape vise à modéliser plus finement les relations de dépendance identifiées, en mobilisant les copules afin de capturer les asymétries et les comportements extrêmes. Enfin, la troisième étape évalue les implications de ces dépendances en termes de risque de marché et de contagion systémique à travers les mesures de risque VaR et CoVaR.

2.1. Décomposition multi-échelles des signaux à l'aide des ondelettes

L'analyse débute par la construction des séries de rendements des indices boursiers et obligataires. Pour un prix d'actif à la date t, le rendement logarithmique est défini par :

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)\times 100 \quad , \forall r_t \in \left\{r_{a,t}, r_{o,t}\right\} \tag{1}$$

Cette transformation permet de stabiliser la variance des séries et de faciliter l'interprétation économique des fluctuations, tout en rendant les données compatibles avec les outils d'analyse multi-échelles et de modélisation des dépendances.

Afin d'examiner les interactions entre les marchés selon différents horizons temporels, nous appliquons la Transformée en Ondelette Discrète à Chevauchement Maximal (MODWT), telle que développée par (Percival et Walden, 2000). Contrairement à la transformée discrète classique, la MODWT présente l'avantage d'être invariante par translation et mieux adaptée à l'analyse de séries financières de longueur finie. Nous utilisons une ondelette de Daubechies satisfaisant la condition d'annulation des moments :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^k \psi\left(t\right) dt = 0 \quad , \forall k \in \left\{0, \cdots, N-1\right\} \tag{2}$$

Pour une série temporelle, la MODWT génère à chaque échelle j des coefficients de détail associés aux fluctuations de haute fréquence (court terme) et des coefficients d'approximation correspondant aux composantes de basse fréquence (long terme), selon la décomposition :

$$r_t = \sum_{j=1}^{J} \tilde{W}_{j,t} + \tilde{V}_{j,t} \ , \quad \forall r_t \in \left\{r_{a,t}, r_{o,t}\right\} \tag{3}$$

Les échelles intermédiaires capturent les dynamiques de moyen terme. Cette décomposition permet ainsi d'isoler les mécanismes de transmission propres à chaque horizon temporel, ce qui est particulièrement pertinent pour des marchés caractérisés par des ajustements rapides et dominés par des comportements de liquidité. Pour analyser la co-dynamique entre les marchés boursiers et obligataires, nous mobilisons la Transformée en Ondelette Croisée (XWT) et la Cohérence en Ondelette (WTC), proposées par (Grinsted et al., 2004). La XWT permet d'identifier

[2] L'approche multi-échelles permet de distinguer les chocs de liquidité à court terme des ajustements macroéconomiques plus lents, distinction essentielle dans des économies caractérisées par une faible profondeur financière.

les zones temps–fréquence où la covariance entre les deux séries est élevée, tandis que la WTC mesure l'intensité normalisée de leur co-mouvement :

$$W_{r_a r_o}(u,s) = W_{r_a}(u,s)\overline{W}_{r_o}(u,s) \tag{4}$$

$$R^2(u,s) = \frac{\left|S\left(W_{r_a r_o}(u,s)\right)\right|^2}{S\left(\left|W_{r_a}(u,s)\right|^2\right) S\left(\left|W_{r_o}(u,s)\right|^2\right)} \tag{5}$$

L'angle de phase $\phi_{r_a r_o}$ associé fournit des informations sur le sens de la relation, en indiquant quelle série mène ou suit l'autre selon les échelles temporelles. Ces outils offrent une lecture fine des mécanismes de synchronisation et de transmission des chocs.

$$\phi_{r_a r_o}(u,s) = \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}\left(W_{r_a r_o}(u,s)\right)}{\mathrm{Re}\left(W_{r_a r_o}(u,s)\right)}\right) \tag{6}$$

2.2. Modélisation de la structure de dépendance via les copules

À partir des relations de co-mouvement identifiées, la seconde étape consiste à modéliser la structure de dépendance entre les marchés à chaque horizon temporel au moyen des copules. En pratique, elles servent à modéliser la dépendance entre les distributions marginales des rendements boursiers et obligataires[3]. A cet effet, le théorème de Sklar révèle que les copules permettent de déterminer la distribution jointe de l'ensemble des variables aléatoires. En dimension d, ce théorème stipule qu'il existe une copule C définie sur l'hypercube $[0,1]^d$et dont les marginales sont uniformes sur [0,1], respectant les relations ci-dessous :

$$F(z_1,\ldots,z_d) = C\left(F_1(z_1),\ldots,F_d(z_d)\right) \tag{7.a}$$

$$C(u_1,\ldots,u_d) = F\left(F_1^{-1}(u_1),\ldots,F_d^{-1}(u_d)\right) \tag{7.b}$$

Cette copule C admet une fonction de densité $c(u_1,\cdots,u_d)$, qui est reliée à la fonction de densité f de la distribution jointe F et les densités marginales individuelles comme suit :

$$c(u_1,\ldots,u_d) = \frac{\partial^d C(u_1,\ldots,u_d)}{\partial u_1 \ldots \partial u_d} = \frac{f\left(F_1^{-1}(u_1),\ldots,F_d^{-1}(u_d)\right)}{f_1\left(F_1^{-1}(u_1)\right)\ldots f_d\left(F_d^{-1}(u_d)\right)} \tag{8.a}$$

$$f(z_1,\ldots,z_d) = c\big(F(z_1),\ldots,F(z_d)\big)\prod_{i=1}^{d} f_i(z_i) \tag{8.b}$$

La dépendance dans les valeurs extrêmes est mesurée à l'aide de la dépendance de queue inférieure et la dépendance de queue supérieure, selon les relations suivantes :

[3] Cette approche permet de dépasser les corrélations linéaires et de capturer les dépendances asymétriques, en particulier dans les queues de distribution.

$$\lambda_L = \lim_{u \to 0^+} \frac{C(u,u)}{u} \quad \forall \lambda_L \in [0,1] \tag{9.a}$$

$$\lambda_U = \lim_{u \to 1^-} \frac{C(u,u) - 2u + 1}{1-u} \quad \forall \lambda_U \in [0,1] \tag{9.b}$$

En pratique, l'ajustement des données uniformes à la copule implique trois phases importantes. La première concerne la spécification de la copule parmi les familles de copules elliptiques et archimédiennes, en l'occurrence les copules gaussienne, Student-t, Gumbel, Clayton et Frank (Sampid et Hasim, 2018). Notons que les informations sur ces copules sont consignées dans le tableau 1.

Tableau 1: Présentation des copules elliptiques et archimédiennes

Copule	Expression	Paramètre	Structure de dépendance
Gaussienne	$C_G(u_1,\ldots,u_d;\rho) = \Phi_\rho\left(\Phi^{-1}(u_1),\ldots,\Phi^{-1}(u_d)\right)$	ρ	Pas dépendance de queue $\lambda_L = \lambda_U = 0$
Student-t	$C_{ST}(u_1,\ldots,u_d;\rho,\upsilon) = t_{\rho,\upsilon}\left(t_\upsilon^{-1}(u_1),\ldots,t_\upsilon^{-1}(u_d)\right)$	ρ,υ	Dépendance de queue symétrique $\lambda_L = \lambda_U = 2t_{\upsilon+1}\left(-\sqrt{\upsilon+1}\sqrt{1-\rho}/\sqrt{1+\rho}\right)$
Gumbel	$C_G(u_1,\ldots,u_d;\delta) = \exp\left(-\left[\sum_{i=1}^{d}(-\ln u_i)^\delta\right]^{\frac{1}{\delta}}\right)$	$\delta \succ 1$	Dépendance de queue asymétrique $\lambda_L = 0$ et $\lambda_U = 2 - 2^{1/\delta}$
Clayton	$C_C(u_1,\ldots,u_d;\kappa) = \left(\sum_{i=1}^{d} u_i^{-\kappa} - d + 1\right)^{-\frac{1}{\kappa}}$	$\kappa \succ 0$	Dépendance de queue asymétrique $\lambda_L = 2^{-1/\kappa}$ et $\lambda_U = 0$
Frank	$C_C(u_1,\ldots,u_d;\eta) = -\frac{1}{\eta}\ln\left(1 + \frac{\prod_{i=1}^{d}\left(e^{-\eta u_i} - 1\right)}{\left(e^{-\eta} - 1\right)^{d-1}}\right)$	$\eta \succ 0$	Pas dépendance de queue $\lambda_L = \lambda_U = 0$
Joe	$C_{Joe}(u_1,\ldots,u_d;\theta) = 1 - \left[\sum_{i=1}^{d}(1-u_i)^\theta - (d-1)\right]^{1/\theta}$	$\theta \geq 1$	Dépendance de queue positive asymétrique $\lambda_L = 0$ et $\lambda_U = 2 - 2^{1/\theta} \succ 0$

Source : Auteurs.

La seconde phase porte sur le calibrage de la copule. S'il existe plusieurs méthodes d'estimation des paramètres (Chebbi et Hedhli, 2020), toutefois l'on retient la méthode IFM (fonctions d'inférence des marginales) proposée par Joe et XU (1996). Cette méthode consiste en premier lieu à déterminer les paramètres ς_2 des distributions marginales. Ces paramètres estimés $\hat{\varsigma}_2$ sont utilisés en second lieu dans le calibrage de la copule $\varsigma_3 \in \{\rho,\upsilon,\delta,\kappa,\eta,\theta\}$ par la méthode MLE, c'est-à-dire :

$$\hat{\varsigma}_3 = \arg\max_{\varsigma_3} \sum_{t=1}^{N} \ln c\left(F_1(z_1,\hat{\varsigma}_2),\ldots,F_d(z_d,\hat{\varsigma}_2);\varsigma_3\right) \tag{10}$$

La dernière phase concerne le choix de la meilleure copule. S'il existe une panoplie de méthodes (Genest et al., 2009), nous retenons les tests d'ajustement basés sur la comparaison de la copule empirique avec une estimation paramétrique de la copule, sous l'hypothèse nulle. Dans ce cas, une p-value approximative de la statistique de test peut être obtenue en utilisant une procédure de bootstrap paramétrique. Dans cette étude, nous déterminons deux statistiques de test de type Cramér-von Mises S_n et Anderson-Darling R_n, définies respectivement comme suit (Genest et al., 2013) :

$$S_n = n\int_{[0,1]^d} \left\{C\left(u_1,\ldots,u_d\right) - C_{\varsigma_3}\left(u_1,\ldots,u_d\right)\right\}^2 dC\left(u_1,\ldots,u_d\right) \tag{11.a}$$

$$R_n = n\int_{[0,1]^d} \left\{\frac{C(u_1,\ldots,u_d) - C_{\varsigma_3}(u_1,\ldots,u_d)}{\left(C_{\varsigma_3}(u_1,\ldots,u_d)\left[1 - C_{\varsigma_3}(u_1,\ldots,u_d) + \zeta_m\right]\right)^m}\right\}^2 dC(u_1,\ldots,u_d) \tag{11.b}$$

2.3. Évaluation du risque de marché

La dernière étape vise à évaluer les implications des dépendances identifiées en termes de risque de marché et de contagion. Conformément à (Hendricks, 1996), Reboredo et Ugolini, 2015) et (Shahzad et al., 2018), le risque est mesuré à l'aide de la VaR et de la CoVaR, calculées pour différents niveaux de confiance et horizons temporels. Notons que la CoVaR permet d'évaluer la contribution marginale d'un marché au risque systémique, conditionnellement à un état de stress sur un autre marché, offrant ainsi un indicateur pertinent de la transmission du risque. La validité des estimations VaR est testée à l'aide des tests de couverture inconditionnelle de (Kupiec, 1995) et conditionnelle de (Christoffersen, 1998).

$$\begin{cases} VaR_k\left(r_i\right) = F_{r_i}^{-1}\left(k\right) \\ CoVaR_k\left(r_o \middle| r_a\right) = F^{-1}_{r_o|r_a = VaR_k(r_a)}\left(k\right) \end{cases} \quad \forall\ \mathrm{k} \in \{1\%, 5\%, 10\%\},\ i \in \{a, o\} \tag{12}$$

En définitive, le recours conjoint aux ondelettes, aux copules et aux mesures de risque ne relève pas d'une sophistication méthodologique excessive, mais répond à la nécessité d'appréhender de manière intégrée les dimensions temporelle, non linéaire et systémique de la contagion financière dans les économies africaines.

3. DONNÉES ET RÉSULTATS PRÉLIMINAIRES

Cette section présente les données mobilisées pour l'analyse empirique et discute les principaux résultats préliminaires issus des analyses descriptives, ainsi que des tests de propriétés des séries. Elle vise à vérifier empiriquement les propriétés des séries au regard des dimensions temporelle, non linéaire et systémique mises en avant dans le cadre théorique.

3.1. Données et découpage de l'échantillon

L'étude repose sur des données journalières en monnaie locale[4] issues de la base Investing.com couvrant quatre marchés boursiers (FTSE JSE-ASI pour l'Afrique du Sud, NGX-ASI pour le Nigeria, LASI pour la Zambie et FTSE NSX Overall pour la

[4] Le choix de la monnaie locale est ici stratégique. Il permet d'isoler le risque de taux domestique et d'évaluer la transmission du risque sans le biais d'un effet de change externe, comme ce serait le cas avec des Eurobonds libellés en dollars.

Namibie) et les marchés obligataires souverains correspondants. Le choix de ces quatre pays est largement conditionné par la disponibilité continue et homogène des données obligataires souveraines sur l'ensemble de la période étudiée. Dans le contexte africain, l'accès à des séries journalières fiables pour les marchés de dette demeure limité, ce qui restreint nécessairement le périmètre de l'analyse empirique. La période d'observation s'étend de novembre 2020 à janvier 2024, permettant d'analyser à la fois une phase de relative stabilité post-pandémie et une phase marquée par un choc géopolitique majeur.

Afin d'isoler l'impact du conflit russo-ukrainien, l'échantillon est divisé en deux sous-périodes : une période dite stable (du 2 novembre 2020 au 23 février 2022) et une période de crise (du 24 février 2022 au 31 janvier 2024). Ce découpage permet d'examiner si la relation actions–obligations change de nature sous stress, conformément à la problématique stabilisation versus amplification du risque.

3.2. Statistique descriptive

Le tableau 2 consigne les résultats de l'analyse descriptive des données. Il met en évidence plusieurs faits stylisés robustes. Avant la crise, les rendements moyens sont globalement faibles, traduisant des marchés caractérisés par une croissance modérée et une profondeur financière limitée. Toutefois, les écarts-types révèlent une volatilité significative, notamment sur les marchés boursiers de la Zambie et de la Namibie, ce qui suggère une forte sensibilité aux chocs idiosyncratiques.

Les coefficients d'asymétrie et de kurtosis[5] indiquent des distributions fortement non normales pour la majorité des séries, avec une leptokurtose prononcée signalant la fréquence élevée d'événements extrêmes, particulièrement marquée pour les marchés boursiers les moins liquides. Cette présence systématique de queues épaisses constitue une justification empirique directe du recours à des modèles capables de capturer les dépendances non linéaires et les comportements extrêmes, notamment les copules. À l'inverse, le marché obligataire sud-africain apparaît relativement plus stable avant la crise, reflétant son degré plus élevé de maturité institutionnelle et d'intégration financière.

Pendant la crise russo-ukrainienne, les rendements moyens demeurent faibles, mais les profils de risque évoluent sensiblement. Certains marchés, en particulier le Nigeria, enregistrent des pertes extrêmes et une hausse marquée de la kurtosis, traduisant une exposition accrue aux chocs globaux. D'autres marchés, comme l'Afrique du Sud, montrent une relative atténuation des extrêmes, suggérant une capacité plus importante d'absorption des tensions. Cette hétérogénéité suggère que la relation actions–obligations pourrait ne pas évoluer uniformément en Afrique subsaharienne, ce qui justifie une analyse différenciée des mécanismes de transmission et de leur intensité selon les pays. Dans l'ensemble, la persistance d'une volatilité élevée confirme que le choc géopolitique a renforcé l'instabilité financière dans la région, préfigurant un possible renforcement des co-mouvements en période de stress.

[5] La Kurtose élevée de la Namibie (>100) reflète l'illiquidité et des chocs de prix typiques des marchés frontières. Pour éviter la suppression d'outliers, nous avons utilisé une modélisation ARMA-GJR-GARCH avec distribution Skewed-t de Hansen (1994), absorbant statistiquement l'asymétrie et les queues épaisses. Les tests K-S, LBQ et ARCH-LM (tableau 17 en annexe) confirment l'adéquation du modèle et le « blanchiment » des résidus.

Tableau 2 : Statistiques descriptives des rendements boursiers et obligataires en Afrique subsaharienne

Rendements	Obs.	Min	Max	Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis
PANEL A : AVANT CRISE							
Rendements boursiers							
FTSE_JSE-ASI	221	-5,486	11,750	0,164	1,401	2,296	20,751
NGX-ASI	221	-2,173	8,827	0,198	1,099	3,245	20,438
LASI	221	-3,863	21,169	0,250	1,741	7,959	92,269
NSX OVERALL	221	-148,25	150,83	0,224	14,510	0,215	100,99
Rendements obligataires							
AFRIQUE DU SUD	221	-0,330	0,180	-0,001	0,079	-0,444	1,483
NIGERIA	221	-0,650	1,313	0,0315	0,189	1,995	11,766
ZAMBIE	221	-7,001	4,250	-0,040	0,843	-2,820	27,570
NAMIBIE	221	-1,042	1,152	0,005	0,200	0,069	12,422
PANEL B : PENDANT LA CRISE							
Rendements boursiers							
FTSE_JSE-ASI	441	-3,541	4,816	0,002	1,244	0,218	0,920
NGX-ASI	441	-4,517	5,100	0,172	0,933	0,464	5,224
LASI	441	-2,418	6,918	0,129	0,710	3,498	25,437
NSX	441	-4,828	5,472	-0,020	1,567	-0,036	0,767
Rendements obligataires							
AFRIQUE DU SUD	441	-0,290	0,655	$6{,}10^{-4}$	0,102	0,543	3,874
NIGERIA	441	-1,726	1,085	0,007	0,187	-2,678	33,472
ZAMBIE	441	-2,118	2,750	$4{,}24.10^{-4}$	0,320	1,111	29,321
NAMIBIE	441	-5,016	5,753	-0,005	0,420	1,912	126,63

Source : Auteurs.

Le tableau 3 consigne les résultats des tests statistiques préliminaires. Il révèle que les tests de Jarque-Bera rejettent systématiquement l'hypothèse de normalité des rendements, avant comme pendant la crise. Ce résultat confirme que les distributions sont dominées par des asymétries et des queues épaisses, ce qui justifie le recours à des approches capables de modéliser les dépendances non linéaires et les risques extrêmes. De plus, les tests d'indépendance (Mann-Kendall) révèlent des dynamiques contrastées. Avant la crise, seule l'obligation nigériane présente une dépendance significative. Pendant la crise, cette dépendance apparaît sur le marché obligataire zambien, tandis que l'indice boursier nigérian devient également dépendant, suggérant une modification profonde des comportements d'investissement sous stress[6]. De plus, les tests d'homogénéité (Wilcoxon) mettent en évidence des ruptures limitées avant la crise, mais plus fréquentes pendant celle-ci, notamment sur les marchés nigérian et zambien, corroborant l'hypothèse d'une intensification de la contagion en période de tension.

Le tableau 4 illustre les résultats de l'analyse de la stationnarité des rendements boursiers et obligataires. En effet, les tests ADF et KPSS confirment la stationnarité de l'ensemble des séries de rendements, condition essentielle à l'application des méthodes économétriques retenues. Cette propriété garantit la validité des analyses multi-échelles et de la modélisation des dépendances conditionnelles.

[6] Ces évolutions suggèrent que les comportements de marché se modifient sous stress, ce qui renforce la pertinence d'une approche multi-horizons permettant d'identifier d'éventuels changements de régime dans la structure des co-mouvements.

Tableau 3 : Résultats des tests préliminaires : indépendance, homogénéité et normalité

Rendements	Indépendance	Homogénéité	Normalité
	Mann-Kendall Test	Wilcoxon Test	Jarque-Bera Test
PANEL A : AVANT CRISE			
FTSE_JSE-ASI	-1,265(0,206)	6620(0,279)	4245,4(< 2,2e-16)
NGX-ASI	-0,645(0,519)	6158(0,912)	4320,6(< 2,2e-16)
LASI	0,379(0,704)	5814(0,539)	82243(< 2,2e-16)
NSX OVERALL	0,245(0,806)	5601(0,540)	93995(< 2,2e-16)
AFRIQUE DU SUD	0,862 (0,389)	6017(0,854)	28,739(5,747e-07)
NIGERIA	-2,548 (0,011)	7397(0,007)	1452,8(< 2,2e-16)
ZAMBIE	-0,036(0,971)	6091(0,966)	7438,3(< 2,2e-16)
NAMIBIE	1,649(0,099)	5523(0,434)	1428(< 2,2e-16)
PANEL B : PENDANT LA CRISE			
FTSE_JSE-ASI	0,106(0,915)	24669(0,789)	19,685(5,314e-05)
NGX-ASI	3,691($2{,}235.10^{-4}$)	21430(0,031)	524,56(< 2,2e-16)
LASI	0,193(0,847)	22624(0,207)	12916(< 2,2e-16)
NSX OVERALL	-0,035(0,972)	24416(0,679)	11302(< 2,2e-16)
AFRIQUE DU SUD	-1,086(0,277)	60(0,438)	302,12(< 2,2e-16)
NIGERIA	0,123(0,902)	217(0,095)	21321(< 2,2e-16)
ZAMBIE	-9,714 (2,607e-22)	16 (0,026)	16048(< 2,2e-16)
NAMIBIE	-0,557(0,578)	25166(0,514)	95012(< 2,2e-16)

Note : Les p-values sont entre les parenthèses. Source : Auteurs.

Tableau 4 : Analyse de la stationnarité des rendements boursiers et obligataires

Rendements	KPSS	ADF	KPSS	ADF
	PANEL A : AVANT CRISE		PANEL B : PENDANT LA CRISE	
FTSE_JSE-ASI	0,143(0,1)	-5,034(0,01)	0,057(0,1)	-7,713(0,01)
NGX-ASI	0,261(0,1)	-5,821(0,01)	0,021(0,1)	-5,729(0,01)
LASI	0,012(0,1)	-5,432(0,01)	0,342(0,1)	-7,470(0,01)
NSX OVERALL	0,019(0,1)	-9,427(0,01)	0,035(0,1)	-7,311(0,01)
AFRIQUE DU SUD	0,112(0,1)	-5,633(0,01)	0,123(0,1)	-7,303(0,01)
NIGERIA	0,037(0,1)	-4,819(0,01)	0,057(0,1)	-6,790 (0,01)
ZAMBIE	0,149(0,1)	-6,801(0,01)	0,149(0,1)	-7,641(0,01)
NAMIBIE	0,317(0,1)	-6,395(0,01)	0,046(0,1)	-7,830(0,01)

Note : Les p-values sont entre les parenthèses. Source : Auteurs.

4. RÉSULTATS EMPIRIQUES

Cette section présente les principaux résultats empiriques issus de l'analyse multi-échelles par ondelettes, de la modélisation des dépendances par copules et de l'évaluation du risque de marché et du risque systémique à travers la VaR et la CoVaR. L'objectif est de mettre en évidence la manière dont le conflit russo-ukrainien a modifié les interactions entre les marchés boursiers et obligataires en Afrique subsaharienne, tant en termes de dépendance que de transmission du risque.

4.1. Résultats de l'analyse par ondelettes : co-mouvements et temporalité de la contagion

L'analyse multi-échelles par ondelettes constitue la première étape empirique de notre stratégie d'identification de la contagion. Conformément au cadre théorique, elle permet d'examiner si la relation entre rendements boursiers et obligataires varie selon l'horizon temporel et si la crise russo-ukrainienne a modifié non seulement l'intensité des interactions, mais aussi leur structure fréquentielle. L'enjeu n'est pas simplement de détecter des co-mouvements, mais de déterminer si une interdépendance limitée s'est transformée en véritable canal de propagation du risque, susceptible d'altérer la fonction stabilisatrice des obligations.

La figure 1 (en annexe) présente les résultats issus de la transformée croisée en ondelettes (XWT) sur la période d'étude. Avant la crise, la transformée croisée en ondelettes (XWT) révèle des co-mouvements faibles, fragmentés et principalement concentrés aux hautes fréquences (court terme). Les zones de puissance commune statistiquement significatives sont ponctuelles et sans persistance temporelle. Cette configuration traduit une interdépendance transitoire, davantage compatible avec des ajustements techniques ou idiosyncratiques qu'avec une dynamique systémique. Sur le plan économique, les obligations conservent alors un potentiel effectif de diversification : la relation actions–obligations ne correspond pas à un régime de contagion au sens strict.

La crise modifie sensiblement cette architecture. Les graphiques XWT montrent une densification des zones significatives, plus étendues et plus intenses, particulièrement aux horizons courts et intermédiaires. La transmission des chocs s'opère d'abord par des ajustements rapides de portefeuille, cohérents avec des contraintes de liquidité et des comportements de flight-to-liquidity. Les obligations évoluent alors plus synchroniquement avec les actions, réduisant temporairement les bénéfices de diversification.

Pour approfondir les analyses, la figure 2 (en annexe) illustre les résultats de la cohérence en ondelettes (WTC) sur la période d'étude. Faible et irrégulière avant la crise, elle devient plus stable et persistante sous stress, s'étendant parfois vers des fréquences plus basses. Cette extension suggère que le choc géopolitique affecte temporairement la structure des interactions financières. L'analyse des phases indique majoritairement une propagation des tensions du marché boursier vers le marché obligataire, fragilisant le rôle d'actif refuge de ce dernier. En définitive, la contagion observée est conditionnelle, multi-horizons et hétérogène. Elle ne traduit pas une interdépendance structurelle permanente, mais une amplification transitoire des co-mouvements sous stress, plus marquée dans les marchés les plus intégrés comme l'Afrique du Sud et le Nigéria. Cette dimension temporelle est centrale pour comprendre la vulnérabilité macro-financière dans la région.

4.2. Dépendance non linéaire et asymétrique : résultats des copules

L'analyse par copules[7] prolonge l'approche fréquentielle en examinant la structure des dépendances entre les rendements boursiers et obligataires au-delà

[7] Conformément aux standards de robustesse statistique, le calibrage des copules via la méthode IFM repose sur des résidus standardisés issus d'une modélisation ARMA-GJR-GARCH avec une distribution skewed-t de Hansen (1994), permettant de capturer l'asymétrie et la leptocurticité des rendements. La validité de ce "blanchiment" des séries est confirmée

des corrélations moyennes. L'objectif est d'identifier si la crise modifie non seulement l'intensité des interactions, mais aussi leur forme, leur asymétrie et leur exposition aux extrêmes, dimensions décisives dans des marchés hétérogènes et parfois peu liquides. Les tests d'adéquation (S_n, R_n) confirment la robustesse des spécifications retenues, garantissant une interprétation économiquement fiable des paramètres et des coefficients de dépendance de queue associés.

Avant la crise (tableau 5), les résultats révèlent une segmentation relative mais différenciée des marchés africains. En Afrique du Sud, la dépendance négative et stable confirme le rôle de couverture des obligations, cohérent avec une profondeur financière élevée, une forte présence institutionnelle et une crédibilité monétaire solide. Le Nigeria présente une structure plus instable : forte dépendance à court terme, dépendance positive à moyen terme, puis dépendance de queue supérieure à long terme, traduisant une sensibilité accrue aux flux internationaux et aux tensions macroéconomiques. En Zambie, les dépendances demeurent modérées, avec une intensification négative sur le long terme, reflet d'une autonomie relative mais contrainte par la faible profondeur du marché et l'exposition au risque externe. La Namibie affiche des paramètres proches de zéro, confirmant une segmentation marquée liée à la faible liquidité et à la prédominance d'investisseurs domestiques. Ainsi, avant la crise, la relation actions–obligations reste globalement stabilisatrice, mais structurellement hétérogène selon les cadres institutionnels et macroéconomiques.

La crise entraîne une recomposition qualitative des dépendances (tableau 6). En Afrique du Sud, la synchronisation s'intensifie et devient plus persistante, y compris à long terme, sous l'effet de la forte participation étrangère et de la transmission rapide de la politique monétaire aux deux segments[8]. Au Nigeria, l'émergence d'une dépendance asymétrique de queue à moyen terme indique une contagion concentrée dans les épisodes extrêmes, amplifiée par les tensions de change et les sorties de capitaux[9], mais qui s'atténue à long terme. En Zambie, la persistance d'une dépendance de queue supérieure confirme une vulnérabilité accrue liée à la structure de la dette et aux financements extérieurs[10]. En Namibie, l'apparition d'une dépendance de queue inférieure à court terme montre que même les marchés segmentés peuvent synchroniser leurs pertes en période de stress[11]. La contagion observée est donc non linéaire, conditionnelle et concentrée dans les extrêmes.

---

par les tests de Ljung-Box (LBQ), garantissant l'indépendance des résidus, et d'Engle (ARCH-LM), confirmant l'absence d'hétéroscédasticité résiduelle avant l'estimation de la structure de dépendance. Les résultats de ces tests sont consignés dans le tableau 17 en annexe.

[8] Entre novembre 2021 et mai 2023, la SARB (South African Reserve Bank) a relevé son taux directeur de 475 points de base cumulés (de 3,5% à 8,25%), dans un contexte de resserrement mondial, exerçant une pression simultanée sur les rendements obligataires et les valorisations boursières.

[9] Cette structure de queue coïncide avec la libéralisation du marché des changes nigérian en juin 2023. La dévaluation de 36% du naira a généré des pertes de change massives sur les actions cotées, tout en modifiant les primes de risque souveraines.

[10] La persistance de cette dépendance reflète la domination du risque souverain durant les négociations prolongées de restructuration de la dette zambienne sous le Cadre commun du G20 (défaut en novembre 2020, processus en cours jusqu'en janvier 2024).

[11] En Namibie, l'apparition d'une dépendance de queue inférieure suggère qu'en période d'illiquidité, les réajustements de portefeuilles des investisseurs institutionnels locaux forcent une corrélation des pertes.

Tableau 5 : Estimations des meilleures copules aux différents horizons temporels avant la crise

Paires	Horizon	Copule	Paramètres	λ_L	λ_U	Ln L	AIC	S_n	R_n
FTSE–JSE–ASI	Court	Gaussienne	$\rho = -0{,}218$	0	0	5,502	-9,003	0,012 (0,880)	0,258 (0,779)
	Moyen	Student-t	$\rho = -0{,}261$ $\nu = 4{,}351$	0,109	0,109	13,876	-23,752	0,017 (0,547)	0,178 (0,841)
	Long	Gaussienne	$\rho = -0{,}294$	0	0	9,258	-16,517	0,020 (0,381)	0,431 (0,148)
NGX–ASI	Court	Student-t	$\rho = -0{,}085$ $\nu = 1{,}576$	0,474	0,474	8,632	-13,264	0,014 (0,813)	1,273 (0,277)
	Moyen	Gaussienne	$\rho = 0{,}367$	0	0	17,090	-32,179	0,035 (0,860)	0,436 (0,815)
	Long	Gumbel	$\delta = 1{,}088$	0	0,067	3,708	-5,415	0,081 (0,747)	1,522 (0,641)
LASI	Court	Student-t	$\rho = 0{,}132$ $\nu = 3{,}050$	0,193	0,193	2,263	-10,527	0,013 (0,811)	0,119 (0,950)
	Moyen	Gaussienne	$\rho = -0{,}110$	0	0	0,923	0,152	0,030 (0,897)	0,499 (0,824)
	Long	Gaussienne	$\rho = -0{,}276$	0	0	5,573	-9,146	0,052 (0,822)	0,725 (0,779)
NSX	Court	Frank	$\eta = -0{,}876$	0	0	2,003	-2,005	0,021 (0,634)	0,201 (0,905)
	Moyen	Clayton	$\kappa = -0{,}023$ ≈ 0	≈ 0	0	1,720	-1,440	0,023 (0,315)	0,184 (0,528)
	Long	Gaussienne	$\rho = -0{,}084$	0	0	1,125	1,751	0,024 (0,942)	0,235 (0,955)

Source : Auteurs.

Tableau 6 : Estimations des meilleures copules aux différents horizons temporels pendant la crise

Paires	Horizon	Copule	Paramètres	λ_L	λ_U	Ln L	AIC	S_n	R_n
FTSE–JSE–ASI	Court	Frank	$\eta = -2{,}18$	0	0	24,402	-46,8	0,017 (0,790)	0,260 (0,810)
	Moyen	Clayton	$\kappa = 0{,}093$	0,001	0	1,889	-1,78	0,012 (0,892)	0,184 (0,821)
	Long	Frank	$\eta = -3{,}02$	0	0	52,495	-103,0	0,071 (0,738)	0,738 (0,855)
NGX–ASI	Court	Frank	$\eta = 0{,}200$	0	0	0,217	1,57	0,023 (0,575)	0,266 (0,616)
	Moyen	Joe	$\theta = 1{,}072$	0	0,047	1,154	-0,31	0,016 (0,793)	0,178 (0,871)
	Long	Gaussienne	$\rho = 0{,}071$	0	0	0,853	0,29	0,042 (0,854)	0,453 (0,859)
LASI	Court	Frank	$\eta = 0{,}007$	0	0	$8{,}54.10^{-5}$	2,0	0,018 (0,759)	0,184 (0,901)
	Moyen	Joe	$\theta = 1{,}042$	0	0,029	0,271	1,46	0,034 (0,131)	0,389 (0,156)
	Long	Gumbel	$\delta = 1{,}086$	0	0,065	2,070	-2,14	0,056 (0,808)	0,661 (0,742)
NSX	Court	Clayton	$\kappa = 0{,}165$	0,02	0	5,883	-9,77	0,038 (0,865)	0,708 (0,873)
	Moyen	Frank	$\eta = -2{,}208$	0	0	26,870	-51,74	0,026 (0,139)	0,379 (0,195)
	Long	Frank	$\eta = -1{,}15$	0	0	7, 835	2,0	0,073 (0,791)	1,062 (0,734)

Source : Auteurs.

En définitive, ces résultats apportent un éclairage nouveau sur la structure des marchés financiers africains : l'hétérogénéité ne tient pas seulement à la taille des marchés, mais à la combinaison de leur profondeur, de leur ouverture aux capitaux, de la crédibilité des politiques monétaires et de la composition de la dette. La crise n'a pas simplement accru les corrélations, elle a modifié la forme même des dépendances, révélant une vulnérabilité macro-financière issue d'amplifications asymétriques sous stress plutôt que d'une interdépendance permanente.

4.3. Risque de marché : résultats des estimations de la VaR

L'estimation de la VaR constitue la troisième étape de notre dispositif empirique. Après avoir établi que la crise modifie la temporalité des co-mouvements et la forme des dépendances, il s'agit ici d'évaluer si ces transformations se traduisent par une augmentation effective des pertes potentielles journalières (exprimées en pourcentage). L'enjeu n'est pas descriptif. Il consiste à vérifier si l'intensification des interactions observée précédemment se matérialise par un déplacement significatif de la distribution des rendements vers des scénarios plus défavorables.

Tableau 7 : Résultats des estimations de la VaR selon la distribution normale

Rendements	PANEL A : AVANT CRISE			PANEL B : PENDANT LA CRISE		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%
			COURT TERME			
FTSE-JSE-ASI	1,654	1,426	1,201	1,882	1,632	1,566
NGX-ASI	2,102	1,850	1,600	2,358	2,057	1,928
LASI	1,959	1,700	1,418	2,153	1,901	1,705
NSX OVERALL	1,425	1,285	1,120	1,727	1,505	1,303
Afrique du Sud	1,106	0,984	0,855	1,325	1,152	1,020
Nigeria	1,354	1,182	1,020	1,554	1,354	1,201
Zambie	1,200	1,052	0,925	1,405	1,205	1,120
Namibie	0,985	0,859	0,757	1,152	1,003	0,887
			MOYEN TERME			
FTSE-JSE-ASI	1,406	1,254	1,100	1,659	1,486	1,305
NGX-ASI	1,901	1,657	1,454	2,105	1,851	1,657
LASI	1,658	1,455	1,53	1,852	1,658	1,455
NSX OVERALL	1,308	1,151	1,009	1,553	1,353	1,201
Afrique du Sud	0,950	0,859	0,758	1,152	1,021	0,929
Nigeria	1,103	0,980	0,889	1,304	1,152	1,021
Zambie	1,052	0,929	0,828	1,223	1,081	0,970
Namibie	0,859	0,758	0,657	1,021	0,909	0,808
			LONG TERME			
FTSE-JSE-ASI	1,203	1,051	0,929	1,456	1,284	1,121
NGX-ASI	1,606	1,383	1,201	1,851	1,628	1,425
LASI	1,407	1,224	1,052	1,659	1,456	1,283
NSX OVERALL	1,051	0,929	0,828	1,253	1,101	0,989
Afrique du Sud	0,808	0,707	0,626	0,980	0,859	0,757
Nigeria	0,959	0,858	0,757	1,121	0,981	0,889
Zambie	0,900	0,809	0,708	1,051	0,929	0,828
Namibie	0,728	0,658	0,587	0,889	0,788	0,707

Source : Auteurs.

Les résultats (tableaux 7 et 8) montrent une hausse généralisée du risque de marché pendant la crise, tant sur les segments boursiers qu'obligataires. Cette augmentation confirme que le choc géopolitique a élargi la queue gauche des distributions, cohérent avec les dépendances asymétriques mises en évidence par les copules. La hiérarchie du risque demeure toutefois stable : le Nigeria apparaît

comme le marché le plus exposé, suivi de l'Afrique du Sud, tandis que la Namibie reste le moins vulnérable. Cette constance reflète des différences structurelles profondes déjà identifiées dans les sections précédentes à savoir : le degré d'ouverture financière, la volatilité macroéconomique, la crédibilité monétaire et la profondeur des marchés. De plus, la dimension multi-horizons apporte un éclairage central. Le risque est maximal à court terme et décroît à mesure que l'horizon s'allonge. Ce profil valide l'hypothèse d'une contagion dominée par des ajustements rapides de portefeuille, liés aux contraintes de liquidité, aux arbitrages immédiats et aux mouvements de capitaux. Autrement dit, la crise agit d'abord comme un amplificateur instantané du risque avant que les mécanismes d'ajustement macro-financiers (politiques monétaires, stabilisation des anticipations, rééquilibrages budgétaires) n'en atténuent progressivement les effets.

Tableau 8 : Résultats des estimations de la VaR selon le modèle avancé

Rendements	PANEL A : AVANT CRISE			PANEL B : PENDANT LA CRISE		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%
			COURT TERME			
FTSE-JSE-ASI	2,084	1,817	1,521	2,301	1,987	1,706
NGX-ASI	2,622	2,183	1,825	2,820	2,456	2,058
LASI	2,395	1,928	1,679	2,502	2,151	1,855
NSX OVERALL	1,762	1,543	1,339	2,025	1,753	1,498
Afrique du Sud	1,387	1,210	1,080	1,585	1,385	1,235
Nigeria	1,654	1,413	1,252	1,858	1,609	1,401
Zambie	1,483	1,302	1,160	1,650	1,450	1,322
Namibie	1,220	1,068	0,984	1,380	1,202	1,098
			MOYEN TERME			
FTSE-JSE-ASI	1,775	1,810	1,961	2,007	1,929	1,480
NGX-ASI	2,354	1,935	1,627	2,504	2,158	1,859
LASI	2,010	1,712	1,431	2,220	1,937	1,709
NSX OVERALL	1,500	1,331	1,163	1,755	1,528	1,328
Afrique du Sud	1,196	1,056	0,954	1,358	1,209	1,072
Nigeria	1,382	1,203	1,084	1,582	1,384	1,246
Zambie	1,281	1,137	1,021	1,385	1,227	1,120
Namibie	1,052	0,955	0,883	1,202	1,066	0,973
			LONG TERME			
FTSE-JSE-ASI	1,483	1,381	1,123	1,724	1,489	1,310
NGX-ASI	1,959	1,641	1,347	2,157	1,852	1,603
LASI	1,714	1,416	1,236	1,905	1,618	1,426
NSX OVERALL	1,292	1,147	1,055	1,498	1,319	1,151
Afrique du Sud	0,936	0,876	0,804	1,071	0,961	0,880
Nigeria	1,109	1,017	0,930	1,254	1,153	1,056
Zambie	1,007	0,930	0,857	1,128	1,035	0,943
Namibie	0,861	0,808	0,745	0,970	0,896	0,812

Source : Auteurs.

La comparaison entre la VaR estimée sous hypothèse de normalité et celle issue du modèle avancé est particulièrement instructive. Les estimations intégrant la non-normalité des rendements conduisent systématiquement à des niveaux de risque plus élevés, révélant la présence de queues épaisses. Cette divergence met en évidence une sous-estimation structurelle du risque extrême lorsque l'on retient une distribution gaussienne, surtout en période de stress. Elle confirme empiriquement que les marchés africains, marqués par une liquidité parfois limitée et une exposition importante aux chocs externes, présentent des distributions de rendements fondamentalement non normales.

Dans ce cadre plus réaliste, l'hétérogénéité inter-pays demeure marquée. Les marchés les plus intégrés aux flux internationaux enregistrent les hausses de risque les plus prononcées, traduisant une transmission rapide des tensions globales vers les actifs domestiques. À l'inverse, les marchés plus étroits ou moins ouverts connaissent une augmentation plus contenue, non parce qu'ils seraient protégés, mais parce que leur segmentation et leur faible profondeur ralentissent la propagation des chocs. La vulnérabilité dépend donc moins de la taille du marché que de son degré d'intégration et de la structure de ses investisseurs.

Par ailleurs, l'atténuation progressive du risque à moyen et long terme suggère que la contagion observée est conditionnelle et transitoire, plutôt que le signe d'une fragilité permanente. La crise agit principalement par des ajustements rapides de portefeuille, sans effacer totalement la fonction stabilisatrice des obligations.

Au total, trois enseignements majeurs se dégagent : (i) la crise a significativement accru le risque de marché en Afrique subsaharienne ; (ii) cette amplification est concentrée aux horizons courts ; (iii) la prise en compte de la non-normalité des rendements est indispensable pour mesurer correctement le risque extrême. Ces résultats montrent que la vulnérabilité des marchés financiers africains tient davantage à une amplification asymétrique sous stress qu'à une interdépendance structurelle permanente.

4.4. Risque systémique et contagion : résultats des estimations de la CoVaR

L'analyse de la CoVaR journalière permet de franchir une étape décisive en passant du risque individuel au risque conditionnel, c'est-à-dire à la capacité d'un marché à amplifier les pertes d'un autre lorsqu'il entre en situation de stress. Elle répond directement à la question centrale posée dans cet article qui vise à examiner si la relation actions–obligations agit comme un amortisseur ou un canal de propagation en période de crise. Les estimations (tableau 9) révèlent une intensification nette du risque conditionnel pendant la crise, pour tous les pays et à tous les horizons. Cela signifie que les tensions sur les marchés actions se transmettent plus fortement aux marchés obligataires lorsque le système est sous contrainte. La contagion observée est donc véritablement systémique en ce sens qu'elle traduit une amplification des pertes en situation extrême et non une simple co-mobilité moyenne.

Soulignons que la hiérarchie des vulnérabilités est structurante. Le Nigeria apparaît comme le marché ayant le risque conditionnel actions–obligations le plus important, suivi de l'Afrique du Sud et de la Zambie, tandis que la Namibie reste relativement moins exposée. Cette configuration s'explique par des facteurs institutionnels et macroéconomiques différenciés comme l'ouverture financière et la sensibilité aux flux internationaux au Nigeria, la profondeur et la forte participation étrangère en Afrique du Sud, ainsi que la fragilité liée à la dette et aux financements extérieurs en Zambie. À l'inverse, la moindre intégration et la faible liquidité du marché namibien limitent la vitesse de propagation des chocs. La contagion dépend ainsi davantage du degré d'intégration et de la structure des investisseurs que de la taille du marché.

La dimension temporelle confirme que la contagion systémique est principalement concentrée aux horizons courts, cohérente avec des ajustements rapides de portefeuille et des contraintes de liquidité. Elle s'atténue progressivement à mesure que les

mécanismes d'ajustement macro-financier produisent leurs effets, sans toutefois disparaître totalement. Enfin, le fait que le risque conditionnel progresse plus fortement que le risque individuel montre que la crise renforce surtout l'interdépendance en situation extrême. La vulnérabilité des marchés financiers africains apparaît donc conditionnelle, asymétrique et dépendante des cadres monétaires et financiers nationaux, plutôt qu'expression d'une fragilité structurelle permanente.

Tableau 9 : Résultats des estimations de la CoVaR selon le modèle avancé

Paires d'indices	PANEL A : AVANT CRISE			PANEL B : PENDANT LA CRISE		
	1%	5%	10%	1%	5%	10%
			COURT TERME			
FTSE-JSE-ASI/ Afrique du Sud	2,202	1,944	1,634	2,603	2,203	1,905
NGX-ASI/Nigeria	2,804	2,459	2,050	3,006	2,708	2,300
LASI/Zambie	2,459	2,109	1,782	2,807	2,459	2,050
NSX OVERALL/Namibie	1,902	1,659	1,388	2,345	1,985	1,650
			MOYEN TERME			
FTSE-JSE-ASI/ Afrique du Sud	1,900	1,621	1,363	2,201	1,979	1,662
NGX-ASI/Nigeria	2,451	2,104	1,753	2,708	2,359	2,006
LASI/Zambie	2,053	1,770	1,484	2,453	2,106	1,787
NSX OVERALL/Namibie	1,601	1,385	1,154	1,956	1,654	1,380
			LONG TERME			
FTSE-JSE-ASI/ Afrique du Sud	1,608	1,350	1,124	1,937	1,659	1,381
NGX-ASI/Nigeria	2,050	1,769	1,420	2,308	1,958	1,654
LASI/Zambie	1,759	1,436	1,204	2,008	1,701	1,458
NSX OVERALL/Namibie	1,359	1,145	0,984	1,605	1,358	1,154

Source : Auteurs.

4.5. Robustesse des résultats

La robustesse est évaluée selon deux approches complémentaires : (i) la comparaison non paramétrique entre VaR normale et CoVaR (test de Wilcoxon) et (ii) le backtesting standard des modèles VaR via les tests de couverture inconditionnelle (LRuc, Kupiec, 1995) et conditionnelle (LRcc, Christoffersen, 1998), présentés en annexes (tableaux 10 à 15). Le test de Wilcoxon (tableau 16 en annexe) montre que la CoVaR excède systématiquement la VaR sous hypothèse de normalité, à tous les horizons et quantiles. L'absence totale de rangs négatifs (100 % des cas) implique le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de 1 %. Cette dominance n'est pas seulement quantitative : elle révèle une différence structurelle de capacité à intégrer les interdépendances conditionnelles mises en évidence par les copules et l'analyse multi-horizons. En clair, la VaR normale sous-estime systématiquement le risque extrême lorsque la contagion est active.

Soulignons que les tests LRuc et LRcc apportent une validation plus fine. Avant la crise, le modèle avancé satisfait globalement les critères de couverture, notamment à long terme (tableau 12), tandis que la VaR normale échoue plus fréquemment, en particulier pour le Nigeria et la Zambie à moyen et long terme (p-values < 5 %). Ces rejets signalent soit un excès d'exceptions (sous-estimation du risque), soit une dépendance temporelle des violations. Pendant la crise, les écarts se creusent. À court terme (tableau 13), la VaR normale échoue dans un nombre important de cas, notamment pour l'Afrique du Sud, le Nigeria et la Zambie, avec plusieurs rejets simultanés de LRuc et LRcc, confirmant son incapacité à capter les

queues épaisses et la concentration des pertes. Le modèle avancé demeure globalement plus robuste, malgré quelques rejets ponctuels à court terme dans les marchés les plus exposés, cohérents avec l'intensité exceptionnelle du choc. À moyen et long terme (tableaux 14 et 15), il affiche une performance majoritairement satisfaisante, alors que la VaR normale continue d'afficher des rejets répétés.

Trois conclusions s'imposent. Premièrement, le modèle avancé présente une validité empirique nettement supérieure, y compris en période de stress. Deuxièmement, l'hypothèse de normalité est structurellement inadéquate lorsque les dépendances non linéaires dominent. Troisièmement, les échecs observés à court terme pendant la crise reflètent la brutalité du choc plutôt qu'une faiblesse du cadre méthodologique. En définitive, la convergence des résultats du Wilcoxon et du backtesting confirme que la contagion identifiée ne relève pas d'un artefact de spécification, mais d'un mécanisme réel de transmission conditionnelle du risque. Elle valide la pertinence du triptyque ondelettes–copules–CoVaR pour analyser des marchés caractérisés par des asymétries, des queues épaisses et des ruptures de régime.

4.6. Discussion et implications

Les résultats dépassent le simple constat de contagion en précisant la logique économique, la portée structurelle et les implications macro-financières. L'apport central réside dans l'identification d'une contagion conditionnelle, multi-horizons et hétérogène, dont l'intensité dépend de la profondeur financière, du degré d'intégration internationale et de la structure des investisseurs domestiques. Cette configuration nuance les enseignements issus des économies avancées et éclaire les spécificités africaines.

Premièrement, la mesure du risque conditionnel est décisive en période de crise. L'écart systématique entre VaR et CoVaR montre que le risque systémique croît plus vite que le risque individuel lors d'un choc exogène (Ajili, 2006 ; Hendricks, 1996). La vulnérabilité ne réside donc pas seulement dans la volatilité propre aux marchés, mais dans leur capacité à se transmettre des pertes extrêmes (Karimalis et Nomikos, 2018 ; Adrian et Brunnermeier, 2016 ; Engle et al., 2015). Pour les régulateurs, une surveillance fondée uniquement sur des indicateurs individuels sous-estime la dynamique réelle du risque. Deuxièmement, la fonction refuge des obligations souveraines se transforme temporairement. Contrairement au schéma classique de « flight-to-quality », la crise révèle un mécanisme plus proche du « flight-to-liquidity », marqué par des ventes simultanées sur plusieurs segments d'actifs. Cette spécificité, liée à la faible profondeur et à la concentration des investisseurs, implique qu'un choc boursier peut affecter indirectement la stabilité budgétaire via la hausse des primes de risque souveraines (Kenourgios et al., 2011 ; Wang et al., 2010 ; Rodriguez, 2007).

Troisièmement, la dimension multi-horizons montre que la contagion est maximale à court terme, persistante à moyen terme et atténuée à long terme (Rua et Nunes, 2009 ; Kim et In, 2007). Elle reflète surtout des ajustements rapides de portefeuille et des contraintes de liquidité plutôt que des déséquilibres macroéconomiques durables. Toutefois, la vitesse de transmission varie selon les pays : quasi immédiate dans les marchés les plus intégrés, plus graduelle dans les marchés segmentés (Moya-Martínez et al., 2015 ; Dewandaru et al., 2014). L'intégration financière facilite l'accès aux capitaux mais accroît l'exposition aux

chocs globaux. Enfin, un arbitrage apparaît entre l'approfondissement financier et la vulnérabilité systémique. Les marchés les plus développés, notamment le Nigeria et l'Afrique du Sud, présentent les niveaux de CoVaR et les dépendances extrêmes les plus élevés, tandis que les marchés de tailles inférieures demeurent relativement moins exposés. Le développement financier est donc nécessaire au financement du développement, mais exige un cadre macro-prudentiel adapté.

Les implications sont claires. Les autorités doivent intégrer des indicateurs de risque conditionnel et multi-horizons dans la surveillance macro-prudentielle et inclure des scénarios de contagion actions–obligations dans les stress tests. Le renforcement de la liquidité des marchés obligataires domestiques et l'élargissement de la base d'investisseurs locaux peuvent atténuer les ventes simultanées en période de stress. Une coordination étroite entre la politique budgétaire et la stabilité financière est également essentielle : la diversification des maturités, le développement des marchés secondaires et la transparence budgétaire renforcent la résilience. Pour les investisseurs, les stratégies fondées sur des corrélations moyennes historiques sont insuffisantes. Une gestion dynamique intégrant les dépendances non linéaires, les régimes de marché et les asymétries de queue est indispensable.

En définitive, la contagion en Afrique subsaharienne ne constitue ni un phénomène uniforme ni purement exogène. Elle résulte d'une interaction entre la structure de marché, l'intégration internationale et les comportements de liquidité. Le conflit russo-ukrainien a révélé ces vulnérabilités, mais la prédominance des effets de court terme suggère qu'un cadre macroprudentiel réactif peut en limiter l'amplification. La relation actions–obligations apparaît ainsi ambivalente : stabilisatrice en période normale, mais potentiellement amplificatrice sous stress. Comprendre cette dualité est essentiel pour concilier la stabilité financière et le financement durable du développement.

CONCLUSION

Cet article analyse la contagion entre les marchés boursiers et obligataires en Afrique subsaharienne à partir d'un cadre intégré combinant les ondelettes, les copules et les mesures de risque. Les résultats mettent en évidence une contagion principalement de court terme, non linéaire et conditionnelle, qui s'intensifie nettement lors des épisodes de stress global, notamment durant la crise liée au conflit russo-ukrainien. Ils révèlent une hétérogénéité structurelle marquée, étroitement liée à la profondeur financière, à la liquidité et au degré d'intégration internationale.

Trois enseignements majeurs émergent. Premièrement, l'approfondissement et l'ouverture financière, s'ils facilitent l'accès aux capitaux, amplifient simultanément la transmission conditionnelle des chocs, révélant un arbitrage entre le développement financier et la vulnérabilité systémique. Deuxièmement, la crise n'augmente pas seulement les corrélations moyennes : elle reconfigure les dépendances dans les queues de distribution, traduisant des mécanismes d'amplification asymétrique sous stress. Troisièmement, le rôle stabilisateur des obligations souveraines apparaît dépendant du régime de marché : protecteur en période normale, fragilisé lors des tensions extrêmes.

Ces dynamiques ont des implications directes pour le développement. La synchronisation accrue des segments actions–obligations en période de crise réduit la diversification, renchérit le financement souverain et accentue la procyclicité budgétaire, contraignant l'investissement public. Sur le plan méthodologique, l'étude confirme les limites de la VaR sous normalité, qui sous-estime les pertes extrêmes, tandis que la CoVaR capte plus fidèlement le risque systémique en intégrant les interdépendances conditionnelles.

Le choix d'une statique comparative, distinguant une phase stable et une phase de crise, vise à identifier clairement les ruptures de régime dans des marchés à liquidité limitée et échantillons restreints, tout en évitant une sur-paramétrisation. Cette approche garantit la comparabilité des structures de dépendance au sein de sous-périodes homogènes. Toutefois, l'évolution potentiellement endogène des dépendances durant une crise prolongée appelle des extensions futures mobilisant des copules dynamiques ou des modèles DCC pour analyser les ajustements intra-période. Enfin, l'échantillon (Afrique du Sud, Nigeria, Zambie et Namibie) ne prétend pas représenter l'ensemble de l'Afrique subsaharienne, mais correspond aux marchés disposant de données journalières obligataires homogènes. Les résultats doivent donc être interprétés comme révélateurs de configurations structurelles contrastées plutôt que comme une généralisation exhaustive, ce qui ouvre la voie à des travaux élargissant le périmètre géographique.

En définitive, la relation actions–obligations en Afrique subsaharienne apparaît duale : stabilisatrice en régime normal, mais potentiellement amplificatrice sous stress. Comprendre cette ambivalence est essentiel pour concevoir des dispositifs macroprudentiels capables de concilier la stabilité financière et le financement durable du développement.

REFERENCES

Acharya, V. V. (2009). A theory of systemic risk and design of prudential bank regulation. *Journal of Financial Stability*, 5(3), 224–255.

Adrian, T., & Brunnermeier, M. K. (2016). CoVaR. *American Economic Review*, 106(7), 1705–1741.

Ajili, W. (2006). Value at Risk and extreme value theory: An application to the Tunisian stock market. *International Journal of Business*, 11(3), 337–352.

Allen, F., & Ndikumana, L. (2018). Financial intermediation and economic growth in Africa. *Journal of African Economies*, 27(1), 1–24.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203–228.

Baele, L., Bekaert, G., & Inghelbrecht, K. (2010). The determinants of stock and bond return comovements. *Review of Financial Studies*, 23(6), 2374-2428.

Baur, D. G., & Lucey, B. M. (2010). Is gold a hedge or a safe haven? An analysis of stocks, bonds and gold. *Financial Review*, 45(2), 217–229.

Beber, A., Brandt, M. W., & Kavajecz, K. A. (2009). Flight-to-quality or flight-to-liquidity? Evidence from the Euro-area bond market. *Review of Financial Studies*, 22(3), 925-957.

Boungou, W., & Yatié, A. (2022). The impact of the Ukraine–Russia war on world stock market returns. *Economics Letters*, 215, 110516.

Campbell, J. Y., Pflueger, C. E., & Viceira, L. M. (2025). Bond-stock comovements. NBER Working Paper No. 34323. National Bureau of Economic Research.

Chebbi, A., & Hedhli, A. (2020). Revisiting the Accuracy of Standard VaR Methods for Risk Assessment: Using the Copula–EVT Multidimensional Approach for Stock Markets in the MENA region. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 84, 430-445.

Chen, H. (2015). Concentration and profitability of China's cultural industry. *Journal of World Economic Research*, 4(5), 139–145.

Christoffersen, P. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39(4), 841–862.

Connolly, R., Stivers, C., & Sun, L. (2005). Stock market uncertainty and the stock–bond return relation. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 40(1), 161–194.

Corsetti, G., Pericoli, M., & Sbracia, M. (2005). Some contagion, some interdependence: More pitfalls in tests of financial contagion. *Journal of International Money and Finance*, 24(8), 1177–1199.

Cotter, J., & Longin, F. (2011). Financial contagion in crisis periods: Evidence from extreme returns. *Journal of Financial Econometrics*, 9(2), 1–28.

Cougnaud, C. (2001). RiskMetrics™ et la Value at Risk. *Banque & Marchés*, 52, 15–25.

Daniélsson, J., Jorgensen, B. N., Samorodnitsky, G., Sarma, M., & de Vries, C. G. (2013). Fat tails, VaR and subadditivity. *Journal of Econometrics*, 172(2), 283–291.

Dewandaru, G., Masih, R., Masih, A. M. M., & Alhabshi, S. M. (2014). Interdependence and contagion across major international stock markets: A wavelet-based approach. *Economic Modelling*, 43, 190–205.

Dornbusch, R., Park, Y. C., & Claessens, S. (2000). Contagion: Understanding how it spreads. *World Bank Research Observer*, 15(2), 177–197.

Engle, R., Jondeau, E., & Rockinger, M. (2015). Systemic risk in Europe. *Review of Finance*, 19(1), 145–190.

Forbes, K. J., & Rigobon, R. (2002). No contagion, only interdependence: Measuring stock market comovements. *Journal of Finance*, 57(5), 2223–2261.

Gbongue, F. K., Okou, C. G., & Mezui, C. M. (2024). L'impact de la crise russo-ukrainienne sur les marchés financiers africains. *African Development Review*, 36(S1), S43–S58.

Gençay, R., Selçuk, F., & Whitcher, B. (2002). *An introduction to wavelets in finance*. Academic Press.

Genest, C., Rémillard, B., & Beaudoin, D. (2009). Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. *Insurance: Mathematics and Economics*, 44, 199–214.

Genest, C., Rémillard, B., & Beaudoin, D. (2013). Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. *Insurance: Mathematics and Economics*, 53(1), 199–213.

Ghirmay, T. (2004). Financial development, and economic growth in Sub-Saharan African countries: evidence from time-series analysis. *African Development Review*, 16(3), 415-432.

Gong, X.-L., Ning, H.-Y., & Xiong, X. (2025). Research on the cross-contagion between international stock markets and geopolitical risks: The two-layer network perspective. *Financial Innovation*, 11, Article 23.

Grinsted, A., Moore, J. C., & Jevrejeva, S. (2004). Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 11(5–6), 561–566.

Gulko, L. (2002). Decoupling. Journal of Portfolio Management, 28(3), 59–66.

Hansen, B.E. (1994) Autoregressive Conditional Density Estimation. *International Economic Review*, 35, 705-730.

Hao, Y., & Chen, Y. (2015). Systemic risk and financial institutions: Evidence from China. *Pacific Basin Finance Journal*, 34, 92–107.

Hendricks, D. (1996). Evaluation of value-at-risk models using historical data. *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, 2(2), 39–69.

Joe, H. (2014). *Dependence modeling with copulas*. Chapman & Hall/CRC.

Joe, H., & Xu, J. J. (1996). The estimation method of inference functions for margins for multivariate models (Technical Report No. 166). University of British Columbia.

Jorion, P. (2007). *Value at risk: The new benchmark for managing financial risk* (3rd ed.). McGraw-Hill.

Kaminsky, G. L., Reinhart, C. M., & Vegh, C. A. (2003). The unholy trinity of financial contagion. *Journal of Economic Perspectives*, 17(4), 51–74.

Karimalis, E. N., & Nomikos, N. K. (2018). Measuring systemic risk in the European banking sector: A copula CoVaR approach. *European Journal of Finance*, 24(11), 944–975.

Kenourgios, D., Samitas, A., & Paltalidis, N. (2011). Financial crises and stock market contagion in a multivariate time-varying asymmetric framework. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 21(1), 92–106.

Kim, S., & In, F. (2007). The relationship between stock prices and exchange rates: Evidence from wavelet analysis. *Journal of Multinational Financial Management*, 17(4), 272–288.

Kirilenko, A., Kyle, A. S., Samadi, M., & Tuzun, T. (2017). The flash crash: High-frequency trading in an electronic market. *Journal of Finance*, 72(3), 967–998.

Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives*, 3(2), 73–84.

Levine, R., & Zervos, S. (1998). Stock markets, banks, and economic growth. *American Economic Review*, 88(3), 537–558.

Mensah, J. O., & Alagidede, P. (2017). How are Africa's emerging equity markets related to global equity markets? Evidence from wavelet coherence analysis. *Economic Modelling*, 60, 20–36.

Molenaar, R., Sénéchal, E., Swinkels, L., & Wang, Z. (2024). Empirical evidence on the stock–bond correlation. *Financial Analysts Journal*, 80(3), 17-36.

Moya-Martínez, P., Ferrer-Lapeña, R., & Escribano-Sotos, F. (2015). Oil price risk in the Spanish stock market: An analysis using wavelet coherence. *Energy Economics*, 49, 208–216.

Patton, A. J. (2006). Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review*, 47(2), 527–556.

Percival, D. B., & Walden, A. T. (2000). *Wavelet methods for time series analysis*. Cambridge University Press.

Ramsay, J. O., & Ramsey, J. B. (2002). Functional data analysis of the dynamics of the monthly index of nondurable goods production. *Journal of Econometrics*, 107(1–2), 327–344.

Reboredo, J. C., & Ugolini, A. (2015). Systemic risk in European sovereign debt markets: A CoVaR–copula approach. *Journal of International Money and Finance*, 51, 214–244.

Rodriguez, J. C. (2007). Measuring financial contagion: A copula approach. *Journal of Empirical Finance*, 14(3), 401–423.

Roncalli, T. (2025). Rethinking the stock-bond correlation (Amundi Working Paper No. 171). Amundi Asset Management.

Rua, A., & Nunes, L. C. (2009). International comovement of stock market returns: A wavelet analysis. *Journal of Empirical Finance*, 16(4), 632–639.

Sampid, M., & Hasim, H. M. (2018). Estimating value-at-risk using a multivariate copula-based volatility model: Evidence from European banks. *International Economics*, 156, 175-192.

Shahzad, S. J. H., Bouri, E., Roubaud, D., Kristoufek, L., & Lucey, B. (2018). Is Bitcoin a better safe-haven investment than gold and commodities? *International Review of Financial Analysis*, 63, 322–330.

Šikić, L. (2025). The breakdown of the classic portfolio hedge: A Markov-switching analysis of the US stock-bond correlation. *Notitia – Journal of Sustainable Development*, 11(1), 97-111.

Sklar, A. (1959). Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges. Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris, 8, 229–231.

Torrence, C., & Compo, G. P. (1998). A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79(1), 61–78.

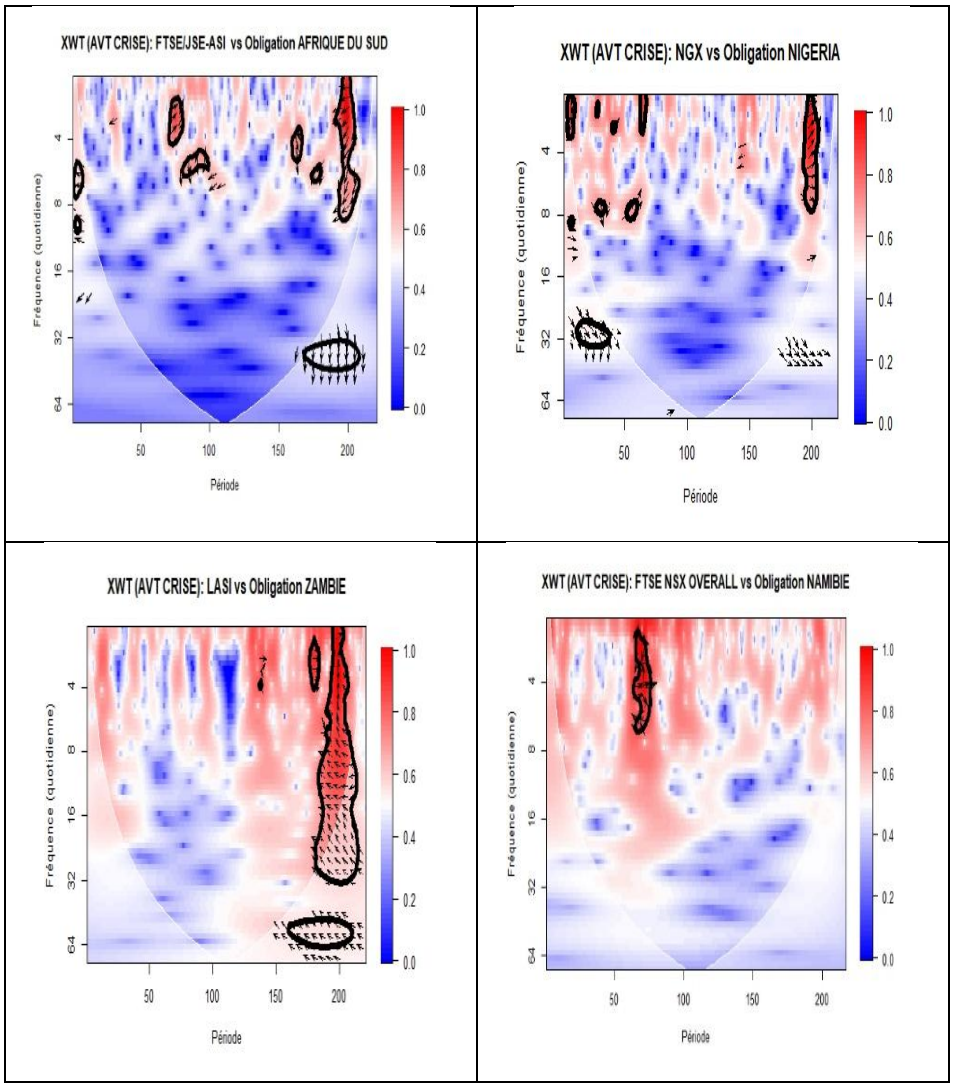
Vayanos, D. (2004). Flight to quality, flight to liquidity, and the pricing of risk, NBER Working Paper No. 10327.

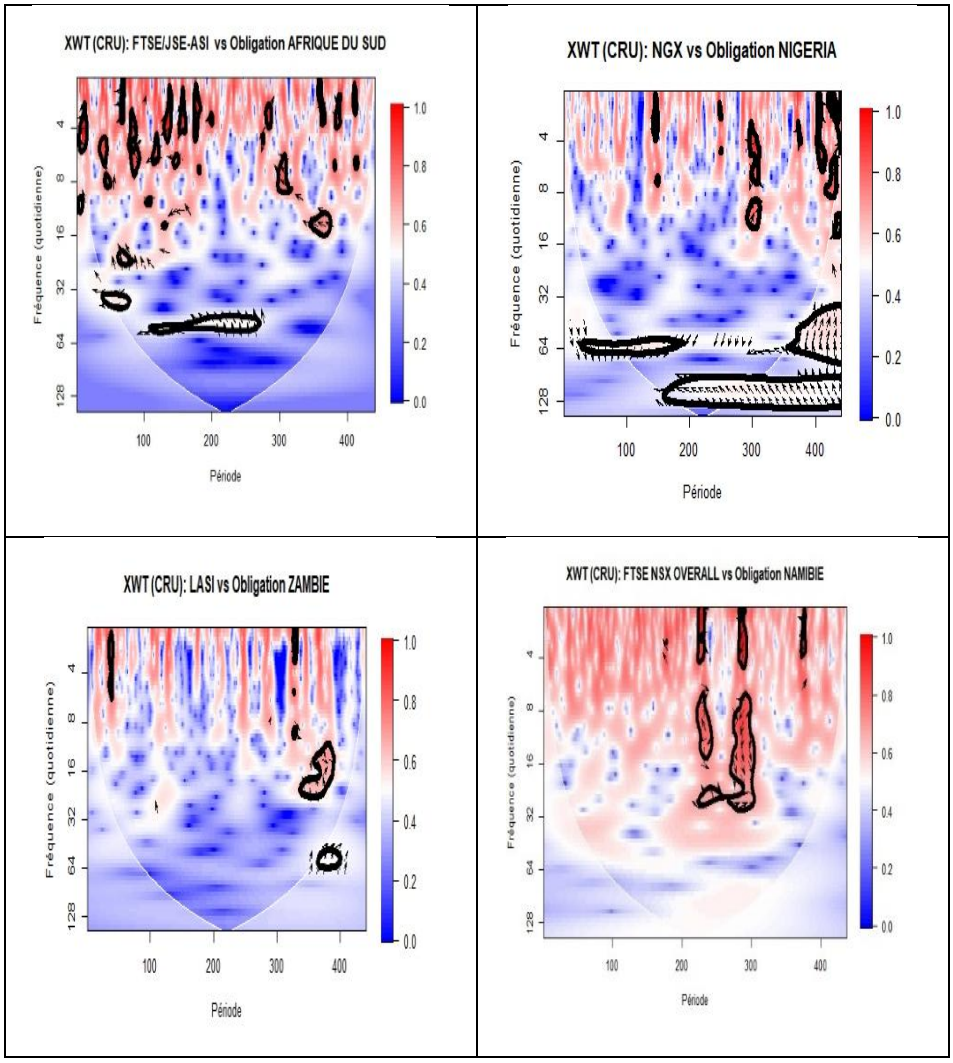
Wang, K., Jin, X., & Zhou, W. (2010). Modeling asymmetric dependence between international stock markets. *Emerging Markets Review*, 11(3), 223–239.

Zeng, L., Huang, J., & Lin, X. (2026). LSTM-augmented vine copula modelling for energy-finance contagion analysis. *Scientific Reports*, 16(1), 5358.

ANNEXES

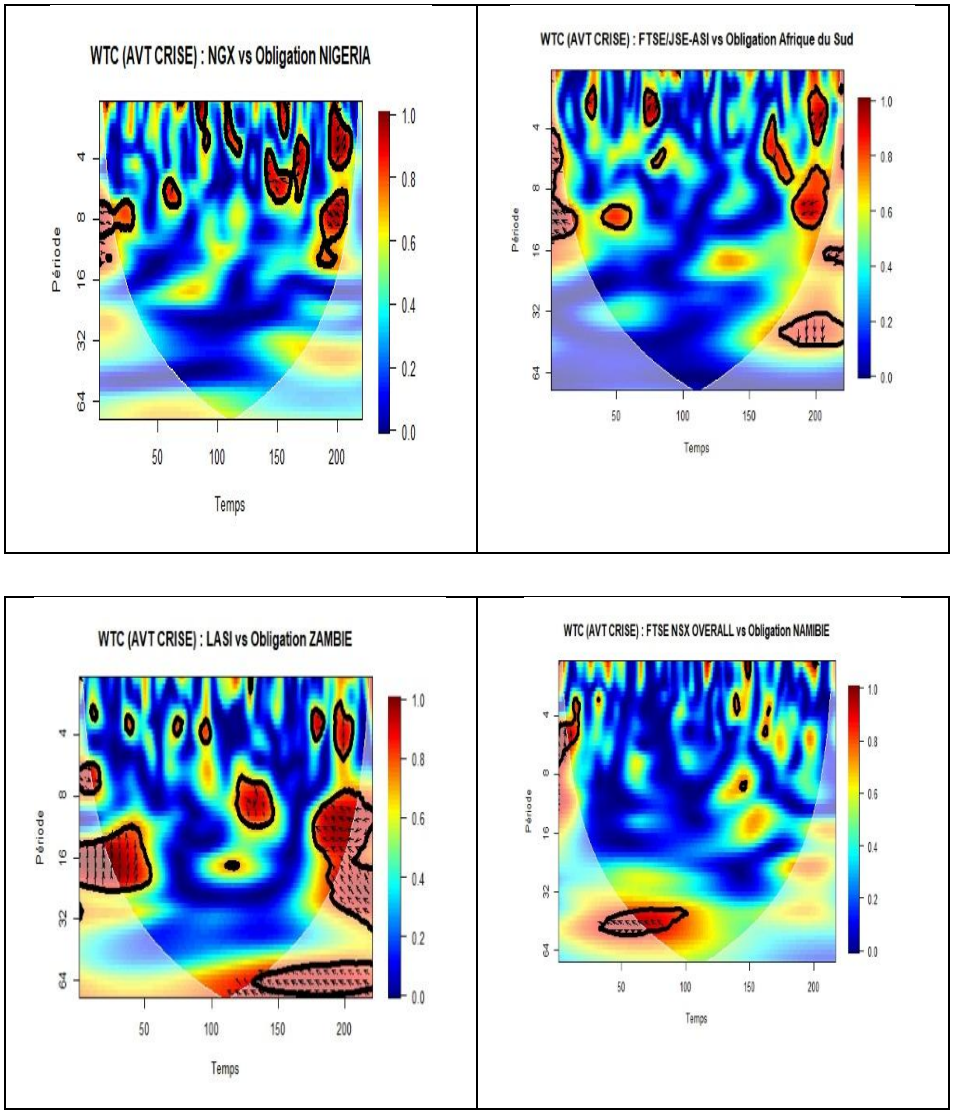
Figure 1 : Transformée croisée par ondelette (cross wavelet transform-XWT) avant et pendant la crise (CRU)

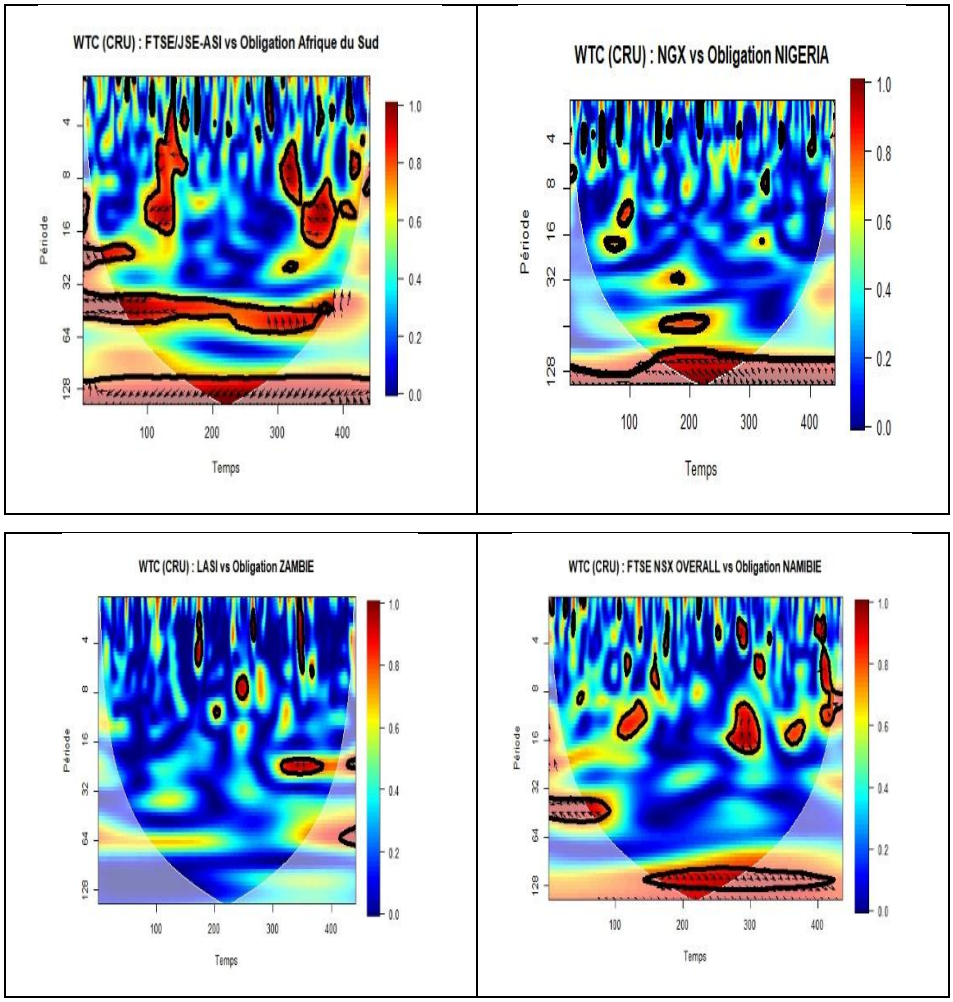




Source : Auteurs.

Figure 2 : Cohérence par ondelette (wavelet transform coherence-WTC) avant et pendant la crise





Source : Auteurs.

Tableau 10 : p-values des tests de LRuc et LRcc à court terme avant crise

Rendements	Seuil	VaR du modèle avancé		VaR selon la loi normale	
		LR_{uc}	LR_{cc}	LR_{uc}	LR_{cc}
FTSE-JSE-ASI	1%	0,612	0,844	0,359	0,654
	5%	0,772	0,877	0,381	0,676
	10%	0,841	0,236	0,477	0,441
NGX-ASI	1%	0,612	0,844	0,035	0,108
	5%	0,772	0,480	0,003	0,013
	10%	0,841	0,899	0,014	0,024
LASI	1%	0,612	0,844	0,035	0,108
	5%	0,772	0,877	0,001	0,003
	10%	0,841	0,937	0,001	0,001
NSX-OVERALL	1%	0,782	0,116	0,003	0,012
	5%	0,837	0,960	0,991	0,995
	10%	0,887	0,969	0,170	0,383
Afrique de Sud	1%	0,612	0,066	0,612	0,066
	5%	0,772	0,877	0,381	0,371
	10%	0,841	0,236	0,013	0,042
Nigeria	1%	0,612	0,844	0,359	0,654
	5%	0,772	0,509	0,001	0,003
	10%	0,841	0,602	0,058	0,135
Zambie	1%	0,612	0,844	0,612	0,844
	5%	0,772	0,877	0,988	0,260
	10%	0,053	0,084	0,053	0,084
Namibie	1%	0,782	0,909	0,196	0,430
	5%	0,837	0,762	0,817	0,974
	10%	0,887	0,042	0,648	0,008

Tableau 11 : p-values des tests de LRuc et LRcc à moyen terme avant crise

Rendements	Seuil	VaR du modèle avancé		VaR selon la loi normale	
		LR_{uc}	LR_{cc}	LR_{uc}	LR_{cc}
FTSE-JSE-ASI	1%	0.639	0.026	0.275	0.224
	5%	0.736	0.676	0.891	0.088
	10%	0.422	0.031	0.029	0.005
NGX-ASI	1%	0.639	0.199	0.650	0.545
	5%	0.736	0.589	0.809	0.007
	10%	0.805	0.698	0.341	0.156
LASI	1%	0.639	0.337	0.004	0.008
	5%	0.736	0.604	0.007	0.029
	10%	0.536	0.972	0.079	0.052
NSX-OVERALL	1%	0.829	0.618	0.061	0.077
	5%	0.704	0.047	0.228	0.290
	10%	0.081	0.233	0.002	0.078
Afrique du Sud	1%	0.639	0.365	0.370	0.210
	5%	0.736	0.936	0.648	0.609
	10%	0.172	0.729	0.164	0.380
Nigeria	1%	0.639	0.640	0.557	0.684
	5%	0.736	0.775	0.230	0.033
	10%	0.316	0.268	0.212	0.942
Zambie	1%	0.639	0.315	0.655	0.396
	5%	0.736	0.459	0.025	0.027
	10%	0.561	0.263	0.584	0.897
Namibie	1%	0.639	0.220	0.997	0.510
	5%	0.736	0.048	0.010	0.027
	10%	0.791	0.422	0.064	0.382

Source : Auteurs.

Tableau 12 : p-values des tests de LRuc et LRcc à long terme avant crise

Rendements	Seuil	VaR du modèle avancé		VaR selon la loi normale	
		LR_{uc}	LR_{cc}	LR_{uc}	LR_{cc}
FTSE-JSE-ASI	1%	0.995	0.529	0.970	0.860
	5%	0.501	0.720	0.681	0.537
	10%	0.267	0.641	0.112	0.435
NGX-ASI	1%	0.995	0.953	0.875	0.264
	5%	0.501	0.179	0.912	0.870
	10%	0.267	0.639	0.609	0.154
LASI	1%	0.762	0.539	0.008	0.050
	5%	0.308	0.325	0.020	0.928
	10%	0.878	0.831	0.008	0.059
NSX-OVERALL	1%	0.995	0.946	0.086	0.486
	5%	0.501	0.760	0.065	0.009
	10%	0.475	0.550	0.266	0.872
Afrique du Sud	1%	0.995	0.212	0.539	0.729
	5%	0.501	0.312	0.994	0.650
	10%	0.438	0.518	0.122	0.225
Nigeria	1%	0.338	0.588	0.031	0.021
	5%	0.072	0.631	0.029	0.005
	10%	0.859	0.072	0.239	0.669
Zambie	1%	0.995	0.133	0.935	0.571
	5%	0.501	0.784	0.007	0.011
	10%	0.098	0.431	0.044	0.067
Namibie	1%	0.729	0.673	0.083	0.099
	5%	0.403	0.340	0.861	0.029
	10%	0.191	0.449	0.042	0.279

Tableau 13 : p-values des tests de LRuc et LRcc à court terme durant le conflit russo-ukrainien

Rendements	Seuil	VaR du modèle avancé		VaR selon la loi normale	
		LR_{uc}	LR_{cc}	LR_{uc}	LR_{cc}
FTSE-JSE-ASI	1%	0.357	0.062	0.033	0.011
	5%	0.543	0.035	0.043	0.031
	10%	0.514	0.100	0.028	0.031
NGX-ASI	1%	0.357	0.016	0.035	0.009
	5%	0.543	0.052	0.026	0.041
	10%	0.545	0.065	0.012	0.071
LASI	1%	0.357	0.502	0.046	0.025
	5%	0.543	0.426	0.028	0.072
	10%	0.140	0.341	0.043	0.073
NSX-OVERALL	1%	0.203	0.228	0.062	0.047
	5%	0.417	0.357	0.054	0.080
	10%	0.302	0.373	0.031	0.004
Afrique du Sud	1%	0.357	0.112	0.066	0.082
	5%	0.543	0.106	0.028	0.036
	10%	0.063	0.259	0.046	0.031
Nigeria	1%	0.130	0.062	0.051	0.002
	5%	0.224	0.138	0.043	0.065
	10%	0.547	0.357	0.079	0.087
Zambie	1%	0.385	0.140	0.039	0.017
	5%	0.595	0.253	0.060	0.005
	10%	0.098	0.118	0.021	0.032
Namibie	1%	0.357	0.247	0.034	0.011
	5%	0.543	0.205	0.008	0.040
	10%	0.025	0.302	0.007	0.063

Source : Auteurs.

Tableau 14 : p-values des tests de LRuc et LRcc à moyen terme durant le conflit russo-ukrainien

Rendements	Seuil	VaR du modèle avancé		VaR selon la loi normale	
		LR_{uc}	LR_{cc}	LR_{uc}	LR_{cc}
FTSE-JSE-ASI	1%	0.254	0.542	0.022	0.043
	5%	0.455	0.194	0.029	0.058
	10%	0.582	0.488	0.034	0.065
NGX-ASI	1%	0.254	0.214	0.020	0.008
	5%	0.455	0.146	0.042	0.049
	10%	0.105	0.366	0.073	0.070
LASI	1%	0.254	0.083	0.008	0.047
	5%	0.455	0.444	0.032	0.007
	10%	0.099	0.373	0.029	0.079
NSX-OVERALL	1%	0.254	0.540	0.054	0.028
	5%	0.455	0.030	0.042	0.079
	10%	0.319	0.088	0.041	0.050
Afrique du Sud	1%	0.234	0.493	0.028	0.025
	5%	0.314	0.124	0.026	0.036
	10%	0.564	0.058	0.017	0.019
Nigeria	1%	0.254	0.492	0.016	0.051
	5%	0.455	0.185	0.028	0.049
	10%	0.559	0.448	0.043	0.071
Zambie	1%	0.301	0.406	0.062	0.024
	5%	0.503	0.324	0.039	0.036
	10%	0.150	0.283	0.011	0.057
Namibie	1%	0.254	0.438	0.049	0.045
	5%	0.455	0.080	0.005	0.078
	10%	0.230	0.373	0.034	0.033

Tableau 15 : p-values des tests de LRuc et LRcc à long terme durant le conflit russo-ukrainien

Rendements	Seuil	VaR du modèle avancé		VaR selon la loi normale	
		LR_{uc}	LR_{cc}	LR_{uc}	LR_{cc}
FTSE-JSE-ASI	1%	0.467	0.199	0.061	0.074
	5%	0.125	0.538	0.006	0.038
	10%	0.310	0.459	0.015	0.051
NGX-ASI	1%	0.467	0.508	0.011	0.025
	5%	0.125	0.187	0.076	0.006
	10%	0.245	0.072	0.046	0.087
LASI	1%	0.467	0.361	0.022	0.040
	5%	0.125	0.148	0.056	0.046
	10%	0.545	0.162	0.076	0.017
NSX-OVERALL	1%	0.467	0.368	0.059	0.043
	5%	0.125	0.549	0.012	0.078
	10%	0.537	0.133	0.069	0.042
Afrique du Sud	1%	0.542	0.490	0.062	0.027
	5%	0.356	0.540	0.026	0.035
	10%	0.419	0.449	0.021	0.016
Nigeria	1%	0.467	0.242	0.049	0.045
	5%	0.125	0.040	0.042	0.069
	10%	0.558	0.464	0.025	0.078
Zambie	1%	0.291	0.166	0.008	0.040
	5%	0.336	0.164	0.016	0.085
	10%	0.059	0.518	0.033	0.071
Namibie	1%	0.467	0.320	0.061	0.040
	5%	0.125	0.279	0.016	0.020
	10%	0.160	0.035	0.073	0.008

Source : Auteurs.

Tableau 16 : Test de Wilcoxon apparié entre la VaR normale et la CoVaR

Horizon	Quantile	N	% cas (CoVaR > VaR)	Somme des rangs négatifs (ΣR^-)	Conclusion statistique
Court Terme	1 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)
	5 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)
	10 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)
Moyen terme	1 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)
	5 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)
	10 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)
Long terme	1 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)
	5 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)
	10 %	4	100 %	0	Rejet de H_0 (***)

Note : Le test non paramétrique de Wilcoxon signé-rang est appliqué aux différences appariées entre la VaR sous hypothèse de normalité et la CoVaR pour chacun des marchés étudiés (Afrique du Sud, Nigeria, Zambie et Namibie), aux différents horizons temporels et niveaux de confiance. L'hypothèse nulle postule une médiane nulle de la différence CoVaR–VaR, tandis que l'hypothèse alternative suppose une médiane strictement positive. L'absence systématique de rangs négatifs, observée dans 100 % des cas, conduit à un rejet de l'hypothèse nulle au seuil de 1 %, mettant en évidence une sous-estimation structurelle du risque extrême par la VaR paramétrique et confirmant la supériorité de la CoVaR pour capter la contagion financière.

Source : Auteurs.

Tableau 17 : Tests diagnostiques des résidus standardisés des modèles ARMA-GJR-GARCH avant et pendant le conflit russo-ukrainien

	Panel A : Avant la crise			Panel B : Pendant la crise		
	LBQ	ARCH	K-S	LBQ	ARCH	K-S
FTSE/JSE-ASI	0,15 (0,69)	0,13 (0,99)	0,97 (2,2e-16)	0,02 (0,87)	0,87 (0,83)	0,96 (2,2e-16)
NGX-ASI	0,39 (0,53)	0,23 (0,97)	0,93 (2,2e-16)	0,78 (0,38)	0,16 (0,98)	0,93 (2,2e-16)
LASI	1,83 (0,18)	0,69 (0,87)	0,99 (2,2e-16)	1,17 (0,27)	0,38 (0,94)	0,94 (2,2e-16)
NSX-OVERALL	2,68 (0,10)	0,01 (0,99)	0,97 (2,2e-16)	0,90 (0,34)	0,99 (0,80)	0,13 (0,0006)
Afrique du Sud	5,24 (0,154)	8,01 (0,10)	0,96 (2,2e-16)	0,590 (0,90)	0,02 (0,99)	0,965 (2,2e-16)
Nigéria	0,003 (0,999)	0,018 (0,99)	0,414 (2,2e-16)	0,902 (0,82)	0,28 (0,96)	0,941 (2,2e-16)
Zambie	2,905 (0,406)	1,17 (0,76)	0,113 (0,008)	1,376 (0,71)	0,56 (0,91)	0,872 (2,2e-16)
Namibie	0,018 (0,999)	0,014 (0,99)	0,881 (2,2e-16)	0,152 (0,98)	0,18 (0,98)	0,976 (2,2e-16)

Note : Les valeurs hors parenthèses sont les statistiques de test. Les p-values sont reportées entre parenthèses. LBQ désigne le test de Ljung-Box pour l'autocorrélation résiduelle ; ARCH désigne le test d'Engle pour l'hétéroscédasticité conditionnelle ; K-S désigne le test de Kolmogorov-Smirnov pour l'adéquation de la distribution Skewed-t de Hansen (1994).

Source : Auteurs.

Asymmetric Contagion Between Equity and Bond Markets in Sub-Saharan Africa (2020–2024): A Multi-Horizon Analysis of Systemic Risk

Abstract - This article analyzes financial contagion between stock and bond markets in Sub-Saharan Africa using an integrated framework that combines multi-scale wavelets, copulas, and risk measures. Based on daily data for South Africa, Nigeria, Zambia, and Namibia over the 2020–2024 period, the results show that contagion is non-uniform, primarily short-term, non-linear, and conditional, intensifying significantly during episodes of global stress – particularly during the repercussions of the Russia-Ukraine conflict. The study highlights strong heterogeneity among countries, linked to financial depth, liquidity, and the degree of international integration. The crisis does not merely increase average correlations; it reconfigures tail dependencies, revealing asymmetric amplification mechanisms under stress. Methodologically, Value-at-Risk (VaR) under normality appears insufficient to capture extreme losses, whereas Conditional Value-at-Risk (CoVaR) more accurately captures the conditional transmission of risk. These findings underscore the importance of multi-horizon indicators for macro-financial surveillance and sustainable development financing in Sub-Saharan Africa.

Key-words
Financial contagion
Stock and bond markets
Multi-scale analysis
Copulas
Risk measures
Sub-Saharan Africa